«Математикалық картография» пәніің модульдер бойынша лекциялары (4 курс, мамандық «050711-Геодезия және картография»):

1 модуль. МАТЕМАТИКАЛЫҚ КАРТОГРАФИЯ, КАРТОГРАФИЯЛЫҚ ПРОЕКЦИЯЛАР ЖӘНЕ БҰРМАЛАНУЛАР ТҰРАЛЫ ЖАЛПЫ МӘЛІМЕТ.

1 - лекция. Математикалық картография пәні. Географиялық карталардың математикалық негізі. Математикалық картографияның басқа пәндермен байланыстары (4 сағат)

Математикалық картография — карталардың математикалық негізі тұралы ілім. Бұл ілім төмендегілерді біріктіреді:

а) карталардың геодезиялық негізін — карталардың математикалық негізі ретінде геодезиямен және астрономиямен жасалынатын геодезиялық торларын мен астрономиялық пунктерін қолдану әдістерін, және картографиялық материалдарды координаттар мен биіктіктердің бір жүйесіне келтіретін әдістерін;

б) жазықтықта бейнеленетін модельдің сызықтық өлшемдерін белгілейтін масштабты, *Масштаб* – ол жалпы ұғым және оны зерттейтін ерекше ғылыми саласы жоқ.

в) картографиялық проекциялардың теориясын, картографиялық торларды есептеу және құру тәсілдерін;

г) картометриның математикалық негіздеуін — картографиялық проекцялардың қасиеттерін ескере отырып карта бетінде ұзындықтарды, аудандарды, бұрыштарды, т.с.с. өлшеу тәсілдерін.

Математикалық картографияның міндеті – бейнеленетін территорияның ерекшкліктеріне келетін картографиялық проекцияны іздестіру және таңдау.

Геодезиялық негіз. Картографияның тікелей міндетін шешу үшін, яғни географияылқ карталарды құрастру үшін, - Жердің пішінін және өлшемдерін білу керек. Ғарыштық денелердің фигуралары (кометалар, астероидтер және планеталардың кейбір серіктестерін ескермегенде) дұрыс математикалық денелермен,яғни шармен немесе айналмалы эллипсоидімен келтіруге (апроксимациялауға) болады. Мұндай дененің бетін *келтірілген бет* немесе *референц-бет* деп атайды. Картографияда *айналмалы* екіөсті *эллипсоидті* қолданады (эллипстің, Жердің айналу өсімен сәйкестелетін кіші жартылай өсімен айналуымен табылатын фигура). Оның параметрлері: экватор. жартылай өсі – *а,* полярлық жартылай өсі –*в,* эксцентриситет – *е.* Бұлардың байланыстығы: $\alpha = (a\text{-}в)/в$; $в = a(1\text{-}a) = a\sqrt{1\text{-}e^2}$; $e^2 = |a^2 - в^2| / a^2$; $e^2 = a|2\text{-}a|$. Дүниежүзінде 15 астам айналмалы жер эллипсоидтері қолданылады.

Карталардың жасалуында айналмалы эллипсоид жазық бетінде бейнеленуі керек. Бұны ешбір жырықсыз және қатпарсыз жүргізу мүмкін емес, сол себеппен карталарды жасағанда картографиялық проекцияларға жүгінеді. Картографиялық проекцияларда беттің бейнеленуі белгілі математикалық заңдарға сүйене отырып жүргізіледі. Бұл заңдар картографиялық бетіндегі нүктелер мен эллипсоид бетіндегі сол нүктелер арасындағы функциональды байланысын көрсетеді. Бұндай бейненің негізінде географиялық және геодезиялық координаттардың жүйелері салынған, ал координаттық сызықтар - ол ***меридиандар мен параллельдер***.

Эллипсоидте қандай болмасын нүктknің орны географиялық **ендікпен** (φ) ***және бойлықпен***(λ) анықталады. Картографиялық проекциялардың жалпы теңдіктері: $x = f_1(\varphi, \lambda)$; $y = f_2(\varphi, \lambda)$ (**1 теңдік**), мұнда φ және λ – картографиялық беттегі белгілі бір нүктенің географиялық координаттары; x және y – сол нүктенің жазық бетіне бейнелеу жолында

қоданылатын тікбұрышты координаттары (бірмәнді және үзіліссіз f_1 және f_2 функциялармен белгіленетін).

Проекцияның қасиеттері f_1 және f_2 функциялардың қасиеттері мен сипатына байланысты (**1 теңдік**). Бұндай функциялар өте көп, осыған байланысты картографиялық проекциялардың саны да шексіз болуы мүмкін.

Проекциядағы меридиандар мен параллельдер сызықтарының суретін ***картографиялы***қ ***тор*** деп атайды.

Шарға қарағанда айналмалы эллипсоидтің бірнеше радиустері бар, олардың ішінде ең мыңыздылары:

1) M – меридианның қисықтану радиусі M = $a(1\text{-}e^2)/$ $(1\text{-}e^2 \cdot \sin B)^{3/2}$, мұнда B – геодезиялық ендік

2) N – бірінші вертикалдың қисықтану радиусі N= $a/\sqrt{1\text{-}e^2}$ $\cdot\sin^2$ B (бірінші вертикал деп меридиан жазығына перпендикулярлы болып келетін қима жазығы).

3) R – эллипсоидті, берілген нүктенің нормалімен өтетін, көптеген жазықтармен қиюынан пайда болған сызықтардың қисықтану радиусы.

4) r – параллельдің радиусы. r= N· cos B

П<u>араллельдер және меридиандар доғалары.</u> Айналмалы эллипсоидта п***араллель*** шеңбер болып келеді. Оның доға ұзындығы бойлықтары L_1 және L_2 тең екі нүкте арасындағы ұзындыққа тең: $S=r\cdot(L_2 - L_1)$. ***Меридиан эллипс болып келеді.*** (оның есептелуі өте күрделі). Красовскийдың эллипсоидында экватордан берілген параллельдерге дейін (яғни ендіктер) меридиандар доғаларының ұзындықтары келесі формуламен есептеледі (радианмен): $S_{д.м.} = 6367558{,}5B\text{-}\sin B\cdot\cos B(32005{,}6+134{,}6\sin^2 B)$. Ал шар үшін келесі формула қолданылады (радианмен): $S_{д.м.}= R\cdot\varphi$. Барлық жағдайларда, егер дәлдік жағдай берсе, эллипсоидті немесе оның бөлігін шардың бетімен алмастырады.

Эллипсоидті шар бетіне түсіргенде (проекциялағанда) шардың радиусын (R) таңдау мәселе және эллипсоидтің **B** ендіктері мен **L** бойлықтарынан шардың **φ** ендіктері мен **λ бойлықтары көшу** мәселесі туындайды. Әдетте шар мен эллипсоидті сәйкестіргенде <u>олардың орталықтарын, айналу өстерін және бастапқы меридиандар жазықтарын сәйкестіреді</u>. Мұндай жағдайда экваторла және барлық меридиандар жазықтары беттеседі, осыған қарай бойлықтар өзгермейді, яғни **λ= L.** Сонда өзгеретіндер – ол ендіктер. Олардың мәні полюстер мен экваторда өзгермейді, ал максималды өзгерістері ортаңғы ендіктерде байқалады.

Сфералық ендіктердің мәндері және шар радиусының таңдауы эллипсоид бетінің шар бетіне бейнелену тәсілімен белгіленеді (оны кішірейту, яғни масштабты қолдану алдында). <u>Мұндай тәсілдердің бірнешесі бөлінеді:</u>

а) <u>Сфералық *бейнелеу*</u>**.** Сфералық және геодезиялық ендіктер бір-біріне теңеліп алынады: **λ=B.** Егер планетаны шармен алмастырсақ, онда оның радиусын (R) төменде келтірілген R үш мәннің орташа арифметикалық салмағы алынады:

- Эллипсоидтің үш жартылай өстерінің орташасына тең шардың радиусы (2-і экваториалды және 1-і полярлық)
- Бетінің ауданы эллипсоид бетінің ауданына тең шардың радиусы.
- Көлемі эллипсоидтің көлеміне тең шардың радиусы.

Жерге байланысты шардың орташа радиусы <u>6371 км</u> тең. Радиусы осы мәнге тең шар жер эллипсоидына өте жақын (экватор бойында максималды ауытқуы 44,8 км, меридиандар бойында 22,4 км аспайды). Мұндай қателіктер ұсақмасштабты географиялық карталарда ешбір байқалмайды.

б) <u>Теңбұрыштық *бейнелеу*</u>. Эллипсоид бетінен бұрыштар шар бетіне бұрмаланусыз түседі. Бұл жағдайда ұзындықтардың максималды бұрмалануы полюстерде байқалады және 0,3% теңеледі. Эллипсоид пен шар ендіктерінің ең үлкен айырмашылығы 45^0 параллельдже байқалады және 11^0 $32{,}23^{//}$ тең. Бұл жағдай аталған параллельдің шар бетіндегі орны, эллипсоид бетіндегі орнымен салыстырғанда, экваторға қарай 21,4 км ауысқан.

в) <u>Теңаралық *бейнелеу*</u>. Эллипсоидтің шарға *п*роекциялануы екі жолмен жүргізілуі мүмкін:

- меридиандардың ұзындықтарын сақтай отырып;

- параллельдердің ұзындықтарын сақтай отырып.

Егер меридиандар тең болса, онда Красовскийдың эллипсоиді жағдайында **R=6367 558,5 м**

Барлық дүниежүзін немесе оның үлкен бөліктерін көрсететін ұсақмасштабты карталарда эллипсоидті шармен алмастыруымен байланысты бұрмаланулар, сфералық беттен жазық бетіне көшкен жағдайда туындайтын бұрмалануларымен салыстырғанда елемеушілік түрде аз. (Мысалы, масштабы 1:15 000 000 жоғары оқу орындарына арналған тақырыптық карталарда, эллипсоидті шармен ауыстырумен байланысты, экватор 0,1% қысқарды, ал сфера бетінен жазық бетіне көшкенде экватор ұзындығы 15,7% қысқарды).

г) <u>Теңкөлемді *бенелеу*</u>. Шардағы объекутілердің ауданы эллипсоидтағы сәйкестілердің аудандарына тең. Шардың радиусы Площади объектов на шаре равны соответствующим площадям на эллипсоиде. Шардың радиусы шар беті мен эллипсоид беті аудандарының теңдігінен келесі формуламен есептеледі: $\mathbf{R}=\boldsymbol{a\ (1-e^2/6 - 17e^4/360 - 201e^6/9072 - ...)}$

Красовскийдың эллипсоидының байланысты мұндай шардың радиусы 6372116 м. тең. Ұзындықтардың және бұрыштардың максимальды бұрмаланулары экватор нүктелеріне тән. 45^0 параллель экваторға қарай шамамен 14,3 км жылжиды.

Анау немесе мынау карта бетіне түсетін беттің бейнесінің жеке бөліктерінің созылуы және қысылуы шарасыз ұзындықтардың, аудандардың және бұрыштардың бұрмалануларымен қабаттасып отырады, және де бұл бұрмаланулар картографиялық бейненің қасиеттеріне байланысты. Кейбір жағдайларда бұрыштық бұрмаланулардан, басқа жағдайларда – аудандық бұрмаланулардан құтылуға болады, ал ұзындық бұрмаланулардан құтылуға жағдай жоқ (ұзындық бұрмаланулар карталарда тек қана жеке нүктелерде немесе жеке сызықтар бойында жоқ болуы мүмкін

Карталардың масштабы. Әрбір картаның <u>басты ($\boldsymbol{\mu_0}$) және жеке</u> ***масштабтары*** бөлінеді***. Басты*** масштабты (анау немесе мынау тәсілмен беті жазыққа жайылатын алғашқы модельдың масштабы) <u>бірге</u> теңейтіп алады **($\boldsymbol{\mu_0=1}$),** себебі ол қолданылатын картографиялық проекцияның қасиеттеріне әсерін тигізбейді. Жеке масштабтар бұрмалануларлардың пайда болуы нәтижесі болып табылады. Берілген нүкте және берілген бағыт бойынша <u>ұзындықтардың, аудандардың және бұрыштардың жеке масштабтары</u> деген ұғымдар бөлінеді. Бұрмалануларлардың түрлері сәйкесті жеке масштабтардың және басты масштабтың (яғни 1) процентпен белгіленген айырмашылығы ретінде анықталады. <u>Бұрмалану мөлшері картографиялық проекцияның құндылығын бағалайтын негізгі бір критериясы болып табылады.</u>

Картографиялық проекциялар. <u>Картографиялық проекция</u> – эллипсоид немесе шар бетінің карта жазығында математикалық түрде белгіленген бейнесі (суреті). Онымен жазық бетіндегі нүктелердің тікбұрышты координаттары мен (x,y) шар **(**φ**, λ)** немесе эллипсоид (B, L) бетіндегі лайықты нүктелердің географиялық (геодезиялық) координаттары арасындағы өзара-бірмәнді сәйкестілігін анықтайды. Математикалық түрде бұл өзара байланыс картографиялық проекцияның теңдіктерімен анықталады. Шарға бұл теңдіктерді келесі түрмен келтіруге болады: $\mathbf{x= f(\varphi,\lambda);\ \ y= f(\varphi,\lambda)}$

$$\mathbf{\varphi= f(x,y);\ \ \lambda= f(x,y).}$$

Геодезияда және картографияда жазық бетінде <u>абсцисса</u> <u>өсі ретінде картада солтүстікті көрсететін бағыт алынады (әдетте ол ортаңғытіксызықты меридианмен сәйкестеледі), ал ордината өсі – оң жақ шығысқа қарай.</u>

Картографиялық проекциялар теңдіктерінің басты құрамды бөлігі – олардың параметрлері. Соңғыларды өзгерте отырып, проекциялардың қасиеттерін де өзгертуге болады.

Картографические сетки. Картографиялық тор – ол карта бетінде меридиандар мен параллельдер торының бейнесі. Басқа сөзбен айтқанда – ол проекцияның суреті.

Торлардың түрлері: тұра (сурет Гедымин оқулығынан, стр 30, Грауэр оқулығынан – 354 бет), көлденең, қисық, симметриялық және ассиметриялық.

Математикалық картографияның геодезия және топографиямен байланысы. Геодезияның міндеті – тіректі пунктерді анықтау. Картография мен топографияда карталарды құрастырғанда және топографиялық түсірімде, карталардың «геодезиялық негізін» құрайтын, дайын мәліметтер қолданылады. Карталарды құрастырғанда картографиялық материалдар ретінде қолданылатын әртүрлі ірімасштабты карталардың және топографиялық түсірімдер планшеттерінің үйлесімсізділігін, карталардың математикалық негізін геодезиялық координаттардың біріккен жүйесіне (берілген мемлекетте қабылданған) келтіруге мәжбүрлікке әкеледі. Картографиялық материалдардың геодезиялық негізін (қабылданған референц-эллипсоидтің өлшемдерінің айырмашылығына және бастапқы геодезиялық даталарға байланысты жиектемелердің және координаттық тордың ауысуы немесе жылжуы) бір жүйеге келтіру математикалық картографияның бір міндеті болып табылады.

Әдебиет:

1. Граур А. В. Математическая картография. –Л.: ЛГУ, 1956. 372с.
2. Серапинас Б. Б. Математическая картография - М.: Академ А, 2005. 336с.
3. Вахрамеева Л. А., Бугаевский Л. М., Казакова З. Л. Математическая картография. – М.: Недра, 1986. 288с.

2 – лекция. Картографиялық проекциялар тұралы жалпы мәліметтер – проекциялардың классификациясы, бұрмаланулардың сипаттамасы және теория негіздері. Бұрмалану эллипсі, оның мәні және қажеттідігі. (4 часа)

Картографиялық проекциялар тұралы жалпы мәліметтер (теңдіктер)

Картографиялық проекциялар деп жазық бетінде Жер бетінің (Жерді шар немесе эллипсоид ретінде қабылдай отырып) шартты, картографиялық тордың географиялық торға сәйкесті бейнесі. Математикалық картографияның негізгі міндеті – карта бетіне түсетін территорияның ерекшеліктеріне қолайлы болып келетін картографиялық проекцияны таңдау. Қандай болмасын картографиялық проекцияны немесе геометриялық, немесе аналитикалық түрде көрсетуге болады.

А. Проекцияны геометриялық тәсілмен көрсету.

1. Картографиялық торының меридиандар мен параллельдердің құрулуы
2. Сфера бетінен жазық бетіне нүктелерді геометриялық тәсілмен көшірілуі.

Б. Проекцияны аналитикалық тәсілмен көрсету.

---- Карта бетінде нүктенің орны, ортанғы меридианды абцисса өсі ретінде қабылдай отырып, x және y тікбұрышты декарт координаттарымен анықталады.

Шар бетінде нүктелердің орны географиялық координаттарымен - φ ендікпен және λ бойлықпен анықталады. Кейбір жағдайларда сфералық координаттар - шардың географиялық координаттарына сәйкесті, бірақ полюстері еркін түрде қабылданған Z_0, Z_0' нүктелері болып келетін z зениттік қашықтық және a азимуты қолданылады: зениттік қашақтықтар $\mathbf{z}$ жақын орналасқан $\mathbf{Z_0}$ полюсінен есептеледі, a азимуттері $\mathbf{P_0}$ географиялық полюсінен және берілген **М** нүктесінен өтетін үлкен шеңберлер жазықтарының арасындағы $\mathbf{Z_0}$ және $\mathbf{Z_0'}$ нүктелер бойындағы екіқырлы бұрыштар. Шар бетіндегі координаттық сызықтар жүйесі, z және a сфералық координаттарына сәйкесті бола отырып**,** меридиандар мен параллельдер географиялық торымен толық теңдеседі.

Егер жазық бетінде нүкте бейнесінің x және y тікбұрышты координаттары мен және сфера бетіндегі бейнеленетін нүктенің z и a сфералық координаттары арасындағы байланысы берілсе, онда белгілі бір картографиялық проекцияның аналитикалық түрі көрсетілгені:

$$x=f_1(z, a), \quad y=f_2(z, a) \quad (1)$$

немесе бейнеленетін нүктенің географиялық координаттары сферада берілгені:

$$x=f_3(\varphi, \lambda), \quad y=f_4(\varphi, \lambda).$$

Көрсетілген теңдіктерден меридиандар мен параллельдердің теңдіктерін табу үшін, олардан кезегімен алдымен **φ,** ал кейн **λ** шығару керек. Сонда тапқанымыз:

$$\lambda=F_1(x, y), \quad \varphi=F_2(x, y).$$

Кейде нүктенің проекция жазығындағы орнын анықтау ыңғайы тікбұрышты координаттармен емес **ρ** және **δ** жазық полярлық координаттарымен келеді. Онда проекцияны келесі теңдіктермен беріледі:

$$\rho = \Phi_1(\varphi, \lambda), \quad \delta = \Phi_2(\varphi, \lambda.)$$

$$\rho = \Phi_3(z, a), \quad \delta = \Phi_4(z, a).$$

Бірақ, бұл жағдайда да картографиялық торды, тікбұрышты координаттарды есептей отырып, меридиандар мен параллельдердің қиылысу нүктелері бойынша салады. Бұл жұмысты ***x*** және ***y*** тікбұрышты координаттарды **ρ** және **δ** полярлық координаттармен байланыстыра отырып жүргізеді:

$$x= \rho\cdot\cos\delta, \quad y= \rho\cdot\sin\delta$$

---- Проекция анықтау тағы бір амалы – олардан проекцияның теңдіктерін шағаратындай картографиялық тордың өзіне тән ерекшеліктерін көрсету. Мысалы, Гаусс проекциясын анықтау үшін, ол теңбұрышты, бойында ұзындықтар сақталып отыратын тіксызықты өстік мерианы бар проекция десе де жеткілікті.

Тұра, көлденең және қисық картографиялық торлар

Бір ғана картографиялық проекцияны қолдана отырып, картографиялық тордың әр түрін табуға болады (мысалы, *перспективті ортографиялық проекция торының* тұра, қисық, көлденең түрлері).

Картографиялық проекцияның теңдіктерін көрсететін сфералық координаттар жүйесін <u>осы проекцияның сфералық координаттарының тұра жүйесі деп атайды</u>. Ал бұл жүйенің координаттық сызықтарын көрсететін картографиялық торды <u>тұра тор</u> деп атайды. **Егер** географиялық полюсті P_0 сфералық координаттардың тұра жүйесінің Z_0 полюсімен сәйкестірсе, онда тұра тор географиялық меридиандар мен параллельдерді көрсетеді. Бұндай торды <u>тұра тор</u> деп атайды. **Егер** географиялық полюс P_0 сфералық координартардың тұра жүйесінің полюсінен 90^0 алыстап тұрса, онда географиялық координаттар жүйесі <u>сфералық координаттардың көлденең жүйесі </u>, ал олардың суреті – <u>көлденең тор</u> деп аталады. **Егер** географиялық полюс P_0 сфералық координартардың тұра жүйесінің Z_0 полюсінен 0^0-90° аралықтағы еркін қашықтықта жатса, онда географиялық координаттар жүйесін <u>сфералық координаттардың көлденең жүйесі,</u> ал оған сәйкесті картографиялық торды <u>қисық тор</u> деп атайды. .

Тұра, қисық және көлденең торлардың қолдануында практикалық мән бар және ол қолдану картаға түсетін территорияның географиялық орнына және конфигурациясына бапйланысты.

Қисық және көлденең торларды салу үшін географиялық координаттар мен осы проекцияға келетін сфералық координаттар жүйесінің арасындағы байланысты табу керек. Проекция, жер шары бетіндегі нүктенін орнын белгілейтін, тұра жүйенің **z** және ***a*** сфералық координаттары мен сол нүктенің берілген проекция жазығында бейнесінің ***x*** және ***y*** тікбұрышты координаттары арасындағы функционалды байланыстығын көрсететін $x=f_1(z,a), \quad y=(z,a), \quad (1)$ теңдіктермен берілсін.

Қисық торды, яғни географиялық координаттардың жүйесіне сәйкесті меридиандар мен параллельдер торын салу керек. Ол үшін берілген M_0 нүктесінің ***z*** және ***a*** сфералық координаттарын, сфералық тригонометрияның формулаларын қолдана отырып, **φ** және **λ** географиялық координаттарымен алмастырады:

$$\cos z=\sin\varphi_0\sin\varphi+\cos\varphi_0\cos\varphi\cos(\lambda-\lambda_0),$$
$$\sin z\cos a=\cos\varphi_0\sin\varphi-\sin\varphi_0\cos\varphi\cos(\lambda-\lambda_0),$$
$$\sin z\sin a=\cos\varphi_0\sin\varphi-\sin\varphi_0\cos\varphi\sin(\lambda-\lambda_0),$$

мұнда φ_0, λ_0 —алдын ала белгіленген тұра жүйе Z_0 полюсінің ендігі мен бойлығы.
Көлденең тор үшін, ортанғы меридиан 0° тең жағдайда, келесі формулалар қолданылады:

$$\cos z=\cos\varphi\cos(\lambda-\lambda_0),\quad \mathrm{tg}\, a=\mathrm{ctg}\,\varphi\sin(\lambda-\lambda_0).$$

Берілген формулалар арқылы **φ** және **λ** берілген толық мәндерін есептеп проекцияның **(1)** формулаларына кіргізеді, сонымен географиялық тордың қиылысу нүктелерінің ***x*** и ***y*** тікбұрышты координаттарын есептейді. Бойлықтар мен ендіктердің мәні бірдей нүктелерді қосу арқылы, қисық немесе көлденең тордың меридиндар мен параллельдерін табамыз.

Бұрмаланулардың сипаттамасы және теориясының негіздері

Картографиялық проекциялар ттеориясында бұрмаланулар тұралы ілім орталық орынды алып жатыр. Сфераның болсын, эллипсоидтың болсын бетін жазықтауға мүмкін емес – олардың кейбір бөліктері мыжылады, ал кейбірлері созылады. Жазық бетінде, жалпы алғанда, кесінділердің ұзындықтары, бағыттар арасындағы бұрыштар, учаскілердің пішіндері мен аудандары алғашқы беттегідей болмайды. Анау немесе мынау дәрежеде олар бұрмаланады. Карта бетіндегі бұрмаланулардың түрлері бір-бірімен өзара байланысты.

Бұрыштық және аудандық бұрмаланулардың байланысы, олардың қарама қарсылығы.

Нөлдік бұрмаланулар нүктелері мен сызықтары және таралу сипаты.

Ұзындықтардың бұрмалануы. Карта бетінде ұзындықтардың бұрмалануы нүкте орнының ауысуымен ұзындықтар масштабының өзгеруімен байқалады. Нәтижесінде, әртүрлі географиялық объектілердің сызықтық өлшемдерінің сәйкестілігі бұрмаланады. Ұзындықтардың бұрмалануын ұзындықтардың *жеке масштабтарымен* негіздейді. Картаның әрбір нүктесіндегі шексіз кішкентай шеңберде (**оны бұрмалану эллипсі деп атайды**) ажыратытындар:

m - меридиан бойындағы ұзындықтардың жеке масштабы;
n - параллельдер бойындағы ұзындықтардың жеке масштабы;
μ - қандай болмасын бағыттағы ұзындықтардың жеке масштабы

Ұзындықтардың жеке масштабы анықтамасына сүйене отырып, ***m*** және ***n*** жеке масштабтарын табады: $m=\sqrt{e/M}$; $n=\sqrt{g/r}$.
Жоғарыда аталған масштабтар өзара келесі түрде байланысты:
$\mu^2= m^2\cos^2 A+mn\cos\,\theta\,\sin(2A)+n^2\sin^2 A$, мұнда A – ұзындықтың жеке масштабы μ анықталатын бағыттың азимуты, айтатыны – азимут эллипсоид бетінде өлшенеді; θ – картаның берілген нүктесіне меридиан мен параллель арасындағы бұрыш.
Картамен жұмыс істегенде келесі математикалық түрде қолдану ыңғайлы: $1/\mu^2=\sin^2(\theta-\alpha)/m^2\sin^2\theta+\sin^2\alpha/n^2\sin^2\theta$, мұнда α – картада, жеке масштабы μ ізделінетін, бағыттың азимуты. $\alpha=0$ **жағдайында** $\mu=m$, **ал** $\alpha=\theta$ **жағдайда** $\mu=n$.

Ұзындықтардың жеке масштабтарын табу картографиялық тордың бар болуы жағдайында қиынға түспейді.

Кесінділердің ұзындықтары, нөлдік бұрмалану сызықтарды ескермегенде, қандай болмасын проекцияда бұрмаланып отырады. Картаның әрбір нүктесінде, ұзындықтардың жеке масштабтары экстремальды мәндерге теңелетін, екі бағыт бар (бір бағыт бойынша масштаб максималды, екінші бағыт бойынша - минималды). Экстремалды масштабтар ***(а,в)*** бағыттары өзара перпендикулярлы. Егер картада меридиан мен параллель арасындағы бұрыш тік болса ($\theta=90^0$), онда басты бағыттар әрқашанда меридиан (***a*=*m*** *немесе* ***b*=*m***) және параллель (***a*=*n*** *немесе* ***b*=*n***) бойымен сәйкестеледі. Бұндай сәйкестіктер **ортогональды** проекцияларға тән. Ортогональды емес проекцияларда, меридианның және параллельдің жеке масштабтарының мәндерін және меридиан мен параллель арасындағы θ ескере отырып карта бетінде ***a*** және ***b*** ұзындықтарының экстремальды масштабтарын және басты бағыттың **β** азимутын келесі формулалар арқылы есептейді:

$$\alpha a+b=\sqrt{m^2+n^2+2mn\sin\theta};$$

$$a-b=\sqrt{m^2+n^2-2mn\sin\theta};$$

$$tg\beta=\pm b/a\ \sqrt{a^2-m^2/m^2-b^2}=\pm b/a\sqrt{n^2-b^2/a^2-n^2}$$

Аудандардың бұрмалануы. Карта бетінде аудандар үлкен бұрмалануларға ұшырауы мүмкін (мысалы ретінде Меркатордың проекциясын келтіру). Аудандардың жеке масштабы төменгі бір формуламен анықтауға болады: $p=mn\sin\theta$; $p=ab$; $p=h/rM$

Аудандық бұрмалану салыстырмалы өлшемдермен сипатталады (басты масштабтың бөлігімен немесе процентпен: $v=p-1$; $v=(p-1)\cdot 100\%$).

Аудандық бұрмаланудың түрін бұрмалану эллипстың суретіне қарай байқауға болады.

Бұрыштық бұрмаланулардың мөлшері.. Азимуттердің бұрмалануын, меридиандар мен параллельдер арасындағы бұрыштар бұрмалануын бөледі. а) Азимуттердің бұрмалануы (эллипсоидтағы белгілі бағыттың **A** азимуты карта бетіндегі сол бағыттың азимутіне тең емес) – азимуттер мәндерінің арасындағы байланыс, - келесі формуламен анықталады: $tg\alpha=n\sin\theta\ tgA/m+n\cos\theta\ tgA$. Егер $\theta=90^0$ және $m=n$ азимуттер мәндері бұрмаланбаған зн**:** $tg\alpha=tgA$ (ортогональды проекция).

б) Меридиандар мен параллельдер арасындағы бұрыштар бұрмалануы. Бұрмалану мөлшері карта бетіндегі бұрыштың тік бұраштан ауытқуымен бағаланады: $\varepsilon=\theta-90^0$. Бұрыштардың максималды бұрмалануын төменгі формулалармен анықтауға болады:

$$\sin\ \omega/2=a-b/a+b;$$

$$tg=a-b/2\sqrt{ab};$$

$$tg\ \omega/2=\tfrac{1}{2}\sqrt{m^2+n^2/p-2};$$

$$tg\ (\pi+\omega/4)=\sqrt{a/b};\ \ tg\ (\pi-\omega/4)=\sqrt{b/a}$$

Бұрыштардың максималды бұрмалануын ω карта бетінде тікелей анықталатын ***m,n,p*** мөлшерлері бойынша есептеуге болады. Формулалар, егер экстремальды масштабтар теңелсе **(*a*=*b*),** бұрыштардың бұрмаланбайтынын анық көрсетеді. Бірақ, экстремальды масштабтардің теңдігі ұзындықтардың жеке масштабы бағыттың азимутына байланысты емес екендігін білдіреді. Сонымен, бұрыштарды бұрмаламайтын проекцияларда, ұзындықтардың жеке масштабы бағыттың өзгеруімен өзгермейді.

Пішіндердің бұрмалануы. Ұзындықтардың бұрмалануы пішіндлердің бұрмалануына апарады. Ұзындықтарды бұрмаламайтиын проекциялар болмағандықтан, өлшемдері тұйық объектілердің пішіндері барлық проекцияларда бұмаланады, тіпті теңбұрышты проекцияларда да! (Соңғыларда сәйкесті теңділік шексіз кішкентай фигураларға тән). Шексіз кішкентай объектілер пішіндерінің бұрмалануларын ұзындықтардың максимальды жеке масштабының (***a***) минимальды жеке масштабтың (***b***) қатынасына теңелетін **пішіндердің коэффициентімен** бағалайды, сонымен бірге аталған қатынастың бірден ауытқуымен (Эйри критериі).

$$K=a/b;\quad v_k=a/b-1$$

a және ***b*** ұзындықтардың жеке масштабтары бір-бірінен неғұрлым алшақтаса, соғұрлым объектінің контуры ***a*** бағыты бойынша созыңқырай түседі.

Карталарда бұрмалануларды көрсету үшін әртүрлі тәсілдер қолданады – *адам басының профильдері, изоколдар, бұрмалану эллипстері және басқалары*

Кең қолданылатын изоколдар тәсілі.

Изокола – карта бетінде бұрмалануларды сипаттайтын көрсеткіштердің тең мәнді сызықтары. Олар барлық бұрмаланулардың көрсеткіштеріне қолданылады: ұзындықтардың, аудандардың, бұрыштардың және пішіндердің. Изоколдардың ыңғайлығы – олардың суреті бойынша бұрмаланулардың өсу немесе азаю бағыттарын және карта бетінде бұрмаланулардың ең кіші немесе ең үлкен мәндерін көруге болады.

Бұрмаланулардың салыстырмалы толықтау және көрнекті сипаттамасын **бұрмалану эллипсі** береді, кейде бұл эллипсті **Тиссо индикатрисасы** деп атайды. Картаның берілген нүктесінде Картаның берілген нүктесінде бұрмалану эллипсі эллипсоид немесе шар бетіндегі шексіз кішкентай шеңберді белгілейді. Эллипстың жартылай өстері ***a*** және ***b*** ұзындықтардың экстремалды масштабтарына тең, олар басты бағыттар бойымен сәйкестеледі. Қандай болмасын бағыттағы эллипстың радиус-векторы ұзындықтардың жеке масштабын белгілейді, яғни ұзындықтардың бұрмалануын сипаттайды. Эллипстың түрі бұрыштардың және пішіндердің бұрмалануын көрсетеді – негұрлым эллипс шеңбердің түрінен ауытқып отырса, соғұрлым бұрыштардың және пішіндердің бұрмалануы жоғары. Эллипстың ауданы аудандардың бұрмалануына сәйкесті.

Карта бетінде көрсетілетін барлық эллипстерді бір-бірімен және бұрмаланудың жеке түрлері немесе жалпы бұрмаланулары жоқ бөліктерімен салыстыруға болады. Әрбір эллипспен көрсетілетін бұрмаланулардың мөлшерлері мен сипаты картадағы эллипстың орналасқан нүктесіне ғана жатады.

Изоколдар мен бұрмалану эллипсының кемшілігі – ірі біртұтас объектілердің (материктер мен мұхиттар) бұрмалануы тұралы айтуға өте қиын.

Картографиялық проекциялардың классификациясы.

Әдетте картографиялық проекциялардың классификациясы сыртқы белгілеріне қарай жасалынады, себебі тереңделген генетикалық амалдар картографиядан математикаға қарай алшақтап кетеді.

Картографиялық проекциялар классификациясындағы кең таралған белгілер тобы:

1. Карталардың математикалық-геодезиялық негіздеріне жататын белгілер - бейнеленетін беттің түрі, проекцияны салу математикалық тәсілдері және т.б.
2. Проекцияны сипаттайтын белгілер - бұрмаланулардың сипаты және мөлшерлері, картографиялық тордың түрі, оның ерекше қасиеттері.
3. Картаның арналуымен, қолдануымен және мазмұнымен негізделген белгілер.
4. Картографиялау объектісімен қойылатын белгілер – оның пішіні (түрі), өлшемдері және географиялық орны.

Бірінші топ белгілер негізінде келесі проекциялар болып бөлінеді:

a. дұрыс пішінді денелердің **регулярлық беттері** (шар, эллипсоид), олардың қарастырылуы математикалық картографияның міндетіне жатады.
b. **нақтылы беттер** – астероидтердің, кометалардың және басқа күрделі пішінді ғарыштық денелердің проекциялары. Олардың теориясы жасалынып жатыр.

Проекциялардың классификациясын **жалпы теңдеулер түріне**, **құрастыру тәсіліне** және координаттардың сфералық полярлық жүйесі полюсінің орналасуына байланысты **картографиялық тордың бағдарлауына** қарай ажыратады. Бұл жағдайда (жоғарыда қарастырылған) тордың тұра, қисық және көлденең бағдарлаулары бөлінеді.

Ең көп таралған және практикалық мәні бар классификациялар – екінші топ белгілеріне сүйенетін классификациялар. Бұл топқа проекциялардың келесі классификациялары жатады:

- бұрмаланулардың сипатына және мөлшерлеріне қарай;
- тұра картографиялық тордың түріне қарай;
- математикалық элементтер параметрлерінің құрамына қарай.

<u>Үшінші топ</u> белгілері жасалынатын картаға байланысты керекті және оптималды проекцияның таңдауына бағдарлайды.

<u>Төртінші топ</u> алдыңғы қатарға картографияланатын объектінің өзіндік географиялық ерекшеліктерін.

Аталған топтардың белгілері негізінде проекциялар келесі классификацияларға бөлінеді:
Жер карталарының проекциялары:
- *Тақырыптық және жалпыгеографиялық карталардың проекциялары:*
    - дүниежүзі проекциялары;
    - жартышарлар проекциялары;
    - материктер мен мұхиттар проекциялары;
    - материктер ірі бөліктерінің проекциялары;
    - мемлекеттер және олардың бөліктерінің проекциялары
- *Нақты арналған карталардың проекциялары:*
    - топографиялық карталардың проекциялары;
    - масштабтары 1:1 000 000 және 1:2 500 000 жалпыгеографиялық дүниежүзілік карталардың проекциялары.

Ғарыштық кеңістік карталарының проекциялары:
- жұлдызды аспанның проекциялары;
- планеталард және олардың серіктестерінің проекциялары;
- кометалар мен астероидтердің проекциялары.

<u>Бұрмаланулардың сипатына және көлеміне қарай проекциялардың классификациясы</u>

Бұрмаланулардың сипатына қарай проекцияларды *еркін, теңкөлемді және теңаралықтарға* бөледі.

Еркін картографиялық проекция – бұл проекцияда бұрмаланулардың барлық түрлері кездеседі.

Теңкөлемді картографиялық проекция - бұл проекцияда аудандық бұрмаланулар шексіз кішкентай мөлшерде, яғни жоқ.

Теңаралық картографиялық проекция – бұл **туынды** проекцияда бұрыштық және аудандық бұрмаланулардың әсері бірдей.

Жоғарыда келтірілген классификация – ең негізгі және ең маңызды. Оның кемшілігі – проекциялардың көптігінен тек қана үш жеке жағдайды бөлу: екі шеткі – теңбұрыштық пен теңкөлемді проекциялар және шамамен олардың ортасындағы бір жағдай – теңаралық проекциялар.

<u>Тұра картографиялық тордың түріне қарай проекциялардың классификациясы</u>

Сұрақты шар және айналмалы эллипсоид тәрізді денелердің регулярлық беттерінің проекцияларын қарастыруымен шектелеміз. Бұл классификацияның негізінде проекцияның тұра бағдарлау жағдайындағы параллельдер мен меридиандар суреті жатыр.

Шарды проекциялау жағдайында бұндай сурет альмукантараталар мен вертикалдардың (шартты меридиандар мен параллельдер) картографиялық торына тән. Бұл торға айналмалы эллипсоидтың альмукантараталар мен вертикалдар торының суреті жақын келеді. Қарастырылып отырған проекция, көрнектілігіне байланысты, кеңімен таралған.

Эдетте проекциялардың келесі кластарын бөледі: *азимуталды, жалғаназимуталды, полиазимуталды, конустық, жалғанконустық, поликонустық, цилиндрлі, полицилиндрлі.*

Проекциялардың көптілігі екі үлкен көпшіліктерге бөлінеді (Л.М. Бугаевский бойынша):

1) тұра бағдарлауда параллельдердің қисықтығы тұрақты болып келетін проекциялар;
2) параллельдеріне айналмалы қисықтық тән проекциялар *(полиазимуталды, поликонустық және полицилиндрлі).*

Барлық картографиялық проекциялардың ішінде анық **үш топ** бөлінеді:

А – азимуталды проекциялар тобы
К - конустық проекциялар тобы
Ц - цилиндрлі проекциялар тобы

Әрбір топты 4 класқа бөледі, олардың үшеуі параллельдердің қисықтығы тұрақты болып келетін, ал төртіншісі параллельдердің қисықтығы айналмалы болып келетін көпшіліктерге жатады.

Негізгі кластардың проекцияларында (азимуталды, конустық, цилиндрлі) картографиялық тор ортогональды болып келеді. Бұларда басты бағыттар меридиандар мен параллельдер бойымен сәйкестеледі. Изоколдар тордың тұра бағдарлауында параллельдеримен сәйкестеледі, ал қисық және көлденең бағдарлауында – альмукантараталармен. Тұра бағдарлау жағдайында негізгі кластың бір проекциясы екінші проекциядан параллельдердің (альмукантараталардың) аралықтарымен ажырайды.

А –азимуталды проекциялар тобы.

Азимуталды картографиялық проекция – бұл проекцияда тұра тордың параллельдері кноцентрлі шеңберлер немесе олардың доғалары, ал меридиандар – олардың, аралық бұрыштары бойлықтардың сәйкесті айырмашылықтарына тең,радиустары болып келеді.

Бұл проекцияларға нөлдік бұрмаланулардың бір нүктесі немесе бір басты параллелі (альмукантаратасы) тән.

Негізгі азимуталды проекциялар:

- Гномондық азимуталды проекция Көне Грецияда Фалес Милетский жұлдызды аспанның карталарын салуында қолданған. Негізгі қасиеті – *ортодромия* тік сызықты құрайды. Навигацияда қолданылады.
- Стереографиялық азимуталды проекция. Гиппархпен ұсынылған. Проекция теңбұрышты. Маңызды қасиеті - қандай болмасын шеңбер шар бетінде шеңбер түрінде бейнеленеді.
- Теңаралық азимуталды проекция. Мысрда жұлдызды аспанның карталарын салуында қолданылған. Проекцияны ұсынып жасаған франц. Математигі Г. Постель (1510-1581). Тіксызықты меридиандар бұрмаланусыз түседі. Осыған қарай, картанаң орталығынан ағымдағы нүктелеріне дейін қашықтықтарды бағалауға болатын авиациялық, сейсмикалық және басқа карталарды салуында қолданылады.
- Теңкөлемді азимуталды проекция. Неміс математигі И.Г. Ламберт ұсынған. Жартышарлар, материктер және мұхиттар карталарын құрастыруында қолданылады.
- Сыртқы азимуталды проекция. Проекцияда Жер жермаңындағы ғарыштық аппараттардан байқалады. Бұл проекцияда Жердің және басқа ғарыштық денелердің ғарыштық суреттердегі бейнелері байқалады.
- Ортографиялық азимуталды проекция. Бұл проекцияда байқаушы Айды, планеталарды және басқа ғарыштық денелерді көреді. Осы проекцияда салынған

картаглобалдық немесе сфералық әсерлікті байқатады. Проекция б.э. II ғ. дейн мысрлықтармен және гректемен жасалған.

- Жалпыланған азимуталды проекция. Мұнда меридиандар аралықтары бойлықпен бірге өзгереді, осыған байланысты әртүрлі меридиандардағы бейнелердің қысылуына немесе созылуына апарады.

Азимуталды проекциялардың тура, қисық және көлденең торлары қолданылады. В тура бағдарлауда азимуталды проекциялар бір-бірінен параллельдердің аралықтарымен ажырайды. Теңкөлемді проекцияда полюстен алыстаған сайын азаяды. Теңбұрыштық проекцияда – ұлғаяды. Теңаралық проекцияда – аралықтар тұрақты. Тұра бағдарлауда изоколдар (шеңберлер) параллельдермен сәйкестеледі, ал қисық және көлденең жағдайда – альмукантараталармен сәйкестеледі.

Жалғаназимуталды проекциялар. Бұл проекцияларда тура тордың параллельдері – концентрлі шеңберлер, ал меридиандар – қисық сызықтар, жеке жағдайда – шеңберлердің орталықтарында қосылатын тікшелер (мысалы, Н. Вихельдің жалғаназимуталды теңкөлемді проекциясы, 1879). Жалғаназимуталды проекциялар эдетте қисық және көлденең бағдарлауында қолданылады. Өткен ғасырдың 50-ші жылдарында материктер мен мұхиттар карталарына арналған осындай проекцияның бір қатарын Г. А. Гинзбург құрастырған.

Полиазимуталды проекциялар. Бұл проекцияларда тура тордың параллельдері – эксцентрлі шеңберлер (олардың орталықтары географиялық полюстың әртүрлі қашықтықта ортанғы меридиан бойында орналасқан), ал меридиандар полюс нүктесінде қосылатын сызықтар. Картографиялық тәжрибеде мұндай проекциялар тым сирек қолданылады. см

К – конустық проекциялар тобы.

Проекциялардың бұл тобы ең жалпы болып келеді. Теориялық жағынан азимуталды және цилиндрлі проекциялар конустық проекциялар тобының ең шеткі көріністері болып табылады.

Конустық проекциялар. Проекциялар өз атауын конустан алып отыр, себебі жер беті жазық бетіне проекциялау кезінде конус беті өтпелі бет ретінде қолданылады. Бұл проекцияларда тура (дұрыс) тордың параллельдері – концентрлі шеңберлердің доғалары, ал меридиандар – олардың, аралық бұрыштары бойлықтардың сай айырмашылықтарына сәйкесті, радиустары. Бойлықтардың сәйкестілік коэффициенті **α,** шеңбердің секторға қысылу дәрежесі, конустық проекциялардың маңызды параметрі болып табылады. Оның мәндері келесі шектік ішінде орналасады: $0<\alpha<1$. Осы периметрдің бірлікке жақындаған сайын конустық проекцияның азимуталды проекцияға ұқсастығы жоғарлай береді. Егер $\alpha=1$ конустық проекция азимуталды проекцияға айналады. Екінші жағынан, **α** параметрінің мәні **нөлге** жақындаған сайын параллельдердің қисықтығы азаяды, проекцияның цилиндрлі прроекцияға ұқсастығы жоғарлайды. Егер $\alpha=1$ конустық проекция цилиндрлі проекцияға айналады. Аталмыш параметрдің мәндері басты параллельдердің ендіктеріне байланысты (олардың бойында басты масштаб сақталып отырады). Басты параллельдердің ендіктері полюске жылжыған сайын, **α** параметрі 1 жақындайды және керісінше.

Негізгі конустық проекциялар:

- Теңбұрышты конустық проекция (Ламберттің, Гаусстың, Красовскийдың, ж. б.)
- Теңкөлемді конустық проекция (Альберстің, Ламберттің, ж. б.)
- Теңаралық конустық проекция (Меркатордың, Эйлердің, Каврайскийдің, Красовскийдің, ж.б.)
- Жалпыланған конустық проекция

Жалғанконустық проекциялар. Бұл проекцияларда тура тордың параллельдері – концентрлі шеңберлердің доғалары, өстік меридиан - түзу сызық, қалған меридиандар – қысық сызықтар. Белгілі жалғанконустық проекциялар - Бонның, Вернердың проекциялары.

Поликонустық проекциялар. Бұл проекцияларда тура тордың параллельдері - эксцентрлі шеңберлердің доғалары, өстік меридиан - параллельдердің орталықтары орналасқан түзу сызық, қалған меридиандар – қысық сызықтар. Поликонустық проекциялар өте маңызды проекциялар қатарына жатады, себебі аталмыш проекциялардың жалпыланған формулаларынан, қандай болмасын проекциялар класына жататын параллельдердің қисықтығы тұрақты болып келетін проекциялар көпшілігінің жалпы формулалары шығады. Кейде, жалпы мағынада, поликонустық проекциялар деп өстік меридианға қарағанда симметриялық және параллельдері шеңберлі концентрлі емес доғалар болып келетін проекцияларды атайды.

Бұрмаланулардың сипатына қарай поликонустық проекцияларды 3 топқа бөледі:

- теңбұрышты;
- теңкөлемді;
- туынды

<u>Поликонустық проекцияларға</u> жататындар *жәй поликонустық проекция, Л. Лагранждың шеңберлі поликонустық проекциясы, дүниежүзінің халықаралық картасына арналған масштабы 1:1 000 000 түрі өзгертілген поликонустық проекциясы, сонымен бірге* Г. А. Гинзбург, Н.А. Урмаев және басқалар жобалаған ЦНИИГА және К-ның *еркін поликонустық* проекциялары.

<u>Туынды проекциялар</u> деп аталатын жеке проекциялар тобы бөлінеді:

1. *Аитов — Гаммердың проекциясы.* Проекцияны бойлықтар мен ординаталарды екі рет өсрүімен көлденең теңаралық азимуталды проекциядан шығарады.
2. *Құрамды проекциялар,* бұл проекциялардың картографиялық торы бір немесе екі проекцияның торларынан құрастырылады. Мысалы, Каврайскийдың құрамды теңбұрышты – теңаралық проекциясының торы экватордан ±70° параллельдерге дейн теңбұрышты цилиндрлі проекцяида, ал олардан полюстерге қарай – теңаралық цилиндрлі проекцияларда салынған.

<u>Картографиялық проекциялар карталарға қолдануына қарай топтастырады</u>:

1. Үлкен территорияларды бейнелеу үшін қолданылатын проекцияларды *біртұтасты* деп атайды (қолдану ыңғайына қарай олар бірнеше парақтан түруы мүмкін). (мысалы, бұрынғы КСРО-ның 32 беттен тұратын масштабы 1 : 2 500 000 анықтамалық картасы).
2. Жер бетінің шектелген бағанасын түсіру үшін арналған, әрбір бағанаға жеке есептелетін біріккен проекцияны <u>*көпбағаналық*</u> проекция деп атайды. Мысалы, 60 меридиандық бағаналардың (миллиондық масштабты картаның колонналарына сәйкесті) әрбіреуіне жеке қолданылатын Гаусстың проекциясы.
3. Әрбір сфероидты трапецияға жеке есептелетін проекцияларды <u>*көпжақты*</u> проекциялар деп атайды.
4. Жоғарыда аталған, бір немесе бірнеше проекциялардың бөліктерінен тұратын құрамды проекциялар.
5. Кейбір проекциялардың торларын, ең шеткі бұрмалануларды азайту мақсатымен, меридиандар бойымен үзіп жасайды. Мұндай проекцияларды *бөлінген* немесе *үзілген* деп атайды.

<u>**Ц – цилиндрлі проекциялар тобы.**</u>

Проекциялардың бұл тобы ерекше белгісі – бірінші көпшіліктің барлық кластарында параллельдер түзу сызықтар болып келеді (оларды орталықтары шексіздікте жатқан шеңберлер доғаларының жеке жағдайы ретінде қарастыруға болады).

Бұл класс проекцияларының картографиялық торы ең қарапайым – ортогональды қиылысқан түзу сызықтардың жиынтығынан тұрады. Проекцияда бұрмалануы жоқ бір немесе екі басты параллельдері (альмукантараталар) бар.

Бұрмалануына қарай цилиндрлі проекциялар 4 топқа бөлінеді:

- Теңкөлемді (И.Г. Ламберттің проекциясы);
- теңбұрышты (Меркатордың проекциясы);
- теңаралық (Эратосфенның квадратты-цилиндрлі проекциясы);
- еркін, жалпыланған проекцияларды қоса.

Жалғанцилиндрлі проекциялар.

Бұл проекциялардың пайда болуы екі жағдаймен негізделеді – біріншіден, цилиндрлі проекциялардың қарапайым суретін сақтау, екіншіден, олардың негізгі кемшілігін жою. Цилиндрлі проекцияларда полюстер нүктелері экватордың ұзындығына тең кесінділермен бейнеленеді. Меридиан аралықтары барлық ендіктерде бірдей. Осыған қарай карталарда полярлық аудандардың бейнелеуінде өте үлкен деформациялар байқалады. Жалғанцилиндрлі проекцияларда полюстер нүктелермен де, ұзындығы белгілі кесінділермен де көрсетілуі мүмкін.

<u>Жалғанцилиндрлі проекция</u> - ол тура (дұрыс) тордың параллельдері бір-біріне параллельді түзу сызықтар, ортаңғы меридиан – параллельдерге перпендикулярлы түзу, ал қалған меридиандар – үзілген түзулер немесе қисық сызықтар болып келетін проекция.

Параллельдер мен меридиандар торы ортогональды емес. *Осыған байланысты бұрмалану сипаты қарай бұл проекциялар немесе теңкөлемді, немесе еркін болып келеді.* Теңбұрышты проекциялар картографиялық тордың геометриялық структурасына байланысты мүмкін емес.

Экстремальды масштабтар меридиандар мен параллельдердің бағыттарымен келіспейді. Бірақ қана өзгешілік – ол ортаңғы түзу меридианның параллельдер және экватормен қиылысу нүктелері. Меридиандар үзілген түзулермен, тағa да эллипс, параболар, гиперболар немесе синусоидалар доғаларымен бейнеленеді.

Тұра (дұрыс) жалғанцилиндрлі проекциялардың екі симметрия өстері бар – экватор және ортаңғы меридиан.

Теңкөлемді жалғанцилиндрлі проекцияларда меридиан аралықтары бойлықтар айырмашылықтарына пропорционалды. Еркін проекцияларда – олар азаюы, немесе, өте сирек, ортаңғы меридианнан батысқа және шығысқа қарай өсуі мүмкін.

Параллельдер аралықтары жер бетін жазықтыққа бейнелеудің қабылданған заңымен анықталады.

Жалғанцилиндрлі проекциялар, негізінде, ұсақ масштабта шартәрізді планетаның ірі бөліктерін немесе оның барлық бетін бейнелеу үшін қолданылады. Осыған қарай бұл проекцияларда жер беті шар беті ретінде қабылданады.

Егер меридиандар эллипстер болса, онда проекцияны эллиптік деп атайды; егер синусоидтар болып келсе, онда синусоидты деп атайды.

Қазіргі уақытта жалғанцилиндрлі проекциялардың көлемді қатары құрастырылған:

- Мольвейденің теңкөлемді проекциясы;
- Эккерттің теңкөлемді және еркін проекциялары (с үзілген, эллиптік және синусоидты меридиандарымен);
- Путниньштың (Латвия) гиперболалық проекциясы;
- МакБраде – Томастың параболалық проекциясы;
- Сансонның синусоидті проекциясы;
- Еркін жалғанцилиндрлі проекция.

2 модуль. КАРТОГРАФИЯЛЫҚ ПРОЕКЦИЯЛАРДЫҢ ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ САЛУ ӘДІСТЕРІ.

3 - лекция. Салу әдістері. Конустық проекциялардың жалпы теориясы. Конустық проекциялар параметрлерін анықтау тәсілдері. Шардың теңаралық, теңбұрышты және теңкөлемді конустық проекциялары. (4 часа)

Салу әдістері.

Картографиялық проекцияларды математикалық картографияның *тура* және *кері есептерін шешуімен* табады. Тура тәсілдерге математикалық картографияның тура есептің шешілуіне негізделгендер жатады. Тура есепте алдымен анау немесе мынау түрде проекция беріледі (салу тәсілі, картографиялық тордың эскизі, теңдеулер және басқалар), ал кейн оны зерттеу нәтижесінде проекцияның қасиеттері мен бұрмалануларын сипаттайтын әртүрлі көрсеткіштер табылады.

Проекцияларды салуында жиі қолданылатын тәсілдер:

1. графикалық құру тәсілдері;
2. шарды (сирек эллипсоидты) перспективті проекциялау тәсілдері:
   - жазық бетіне;
   - цилиндр бетіне;
   - конус бетіне
3. проекциялар эскиздерін өндеу арқылы проекцияларды салу тәсілдері;
4. белгілі проекциялардың түрін өзгерту және қайта өндеу әртүрлі тәсілдері – в нәтижесінде *туынды* проекциялар пайда болады.

Проекциялардың басым көпшілігі тура тәсілдермен жасалған. Олардың негізгі артықшылығы – қарапайымдылығы.

Конустық проекциялардың жалпы теориясы.

Конустық проекциялар барлық конустық проекцияларға ортақ келесі теңдеулермен көрсетіледі:

$\delta = \alpha \cdot \lambda$; $\rho = f(\varphi)$, бұлардан байқалатыны - меридиандар тік сызықтармен бейнеленеді, карта бетіндегі δ бойлығы глобустағы λ бойлығына пропорционалды, яғни глобустағы көршілес меридиандардың бойлықтар айырмашылығы бірдей болса, онда карта бетіндегі көршілес меридиандар арасындағы бұрыштар сондай ақ сақталынып отырады. Парллельдер, ρ радиустері φ ендіктің функциясы болып табылатын, концентрлі шеңберлер доғаларымен бейнеленеді.

Конустық проекцияның әрбір жеке жағдайын қарастырғанда, біріншіден, картадағы бойлықтардың α пропорционалдық коэффициентін, екіншіден, $\rho = f(\varphi)$ функцияның түрін анықтау керек.

Конустық проекциялардың әр түрлерін қарастыру үшін, конустық проекцияларға ортақ бірнеше формулаларды шығару керек.

А. Картада және глобуста шексіз жақын жатқан екі меридианды алайық (**с у р е т т і к е л т і р у**, Грауэр - 122), карта бетінде олардың аралық бұрышы – $d\delta$, ал глобус бетінде - $d\lambda$ бұрышы; және шексіз жақын жатқан екі параллелді, олардың карта бетінде аралық бұрышы $d\rho$ тең, ал глобуста – df бұрышына тең. Осыдан, меридиан бойындағы масштаб $\mu_1 = - d\rho/dX$ тең, мұнда dX — *меридианның шексіз кішкентай элементі, ол шарда* $Rd\varphi$ тең, эллипсоидта $Md\varphi$ тең. Сонымен:

$$\mu_1 = - d\rho/dX = - d\rho/ Rd\varphi \quad - \quad \text{шарға},$$

$$\mu_1 = - d\rho/dX = - d\rho/ Md\varphi \quad - \quad \text{эллипсоидқа}.$$

Меридиан бойындағы *m* масштабтың өсуі немесе меридиан бойымен жәй өсу жеке масштабтың μ_1 басты масштабқа қатынасына тең:

$$\mathbf{m}= \mu_1 / \mu_0= - d\rho/ \mu_0\, dX = - d\rho/ \mu_0 R d\varphi \quad - \quad \textbf{шарға,}$$
$$\mathbf{m}= \mu_1 / \mu_0 = - d\rho/ \mu_0\, dX = - d\rho/ \mu_0 M d\varphi \ - \ \textbf{эллипсоидқа.}$$

Жоғарыда жазылған формулаларда минус белгісі қойылған, себебі, **φ** ендіктің өсуімен карта бетіндегі параллельдің ***ρ*** радиусы кішірейеді, яғни ***dφ*** ендіктің оң көбейюіне радиустың ***-dρ*** теріс көбейюі тән.

В. Параллель бойындағы μ_2 масштабына жазуға болады:

$\mu_2= AB/A_0B_0= \rho d\delta/rd\lambda$. Егер $\delta = \alpha\cdot\lambda$, онда $d\delta = \alpha d\lambda$ ***дұрыс*** (яғни дифференциялаймыз). Енді $\mu_2= \rho d\delta/rd\lambda$ формуласына $d\delta$ орнына $\alpha d\lambda$ қоямыз. Тапқанымыз $\mu_2= \rho\, \alpha d\lambda /rd\lambda$, әрі қарай алым мен бөлімді $d\lambda$ қысқартамыз, сонымен $\mu_2= \rho\, \alpha /r$ табамыз. Мұнда $r= R\cos\varphi$ (**122 бет**), бұл мәнді $\mu_2= \rho\, \alpha /r$ кіргізсек $\mu_2= \rho\alpha/R\cos\varphi$ табамыз.

Параллель бойындағы *n* масштабтың өсуін келесі формула арқылы табамыз: $n= \mu_2 / \mu_0 = \rho\alpha/ \mu_0 R\cos\varphi$ **- шарға.**

Д. Конустық проекцияда параллельдер мен меридиандар өзара перпендикулярлы болғандықтан, бұрмалану эллипстың басты масштабтары меридиан және параллель бағыттарымен сәйкестеледі, осыған байланысты ауданның өсуі (немесе масштаб) мынандай түрде көрсетіледі: $P= m\cdot n$, ал **ω** бұрыштардың максималды бұрмалануы келесі формуламен анықталады: $\mathrm{tg}\,(45^0+\omega^0/4) = \sqrt{a/b}$, мұнда **a=n, b=m** егер **n›m** (жанама конуста**).** Егер **a=m, b=n** егер **m›n** (қима конуста – екі стандартты параллель аралықтарына).

Бойындағы масштабы ең кіші *φ* ендігінде жатқан параллельдің радиусына келесі есепті жазуға болады: $\rho=\mu_0\bar{m}R\,\mathrm{ctg}\bar{\varphi}$ **шарға,** мұнда бойындағы масштабы ең кіші $\bar{\varphi}$ ендігіне байланысты шамалар жоғарғы сызықшамен белгіленген.

$\mu_2= \alpha\, \rho / R\cos\varphi$ (мұнда $R\cos\varphi=r$) формула бойынша $\bar{\varphi}$ ендіктегі параллельге $n = \alpha\bar{\rho}/\mu_0\bar{r}$ деп жазуға болады, осыдан $\alpha= \mu_0\bar{n}\,\bar{r} / \bar{\rho}$. Соңғы формулаға $r= R\cos\varphi$ мағынаны және $\bar{\rho} = \mu_0\bar{m}R\,\mathrm{ctg}\bar{\varphi}$ формуласынан $\bar{\rho}$ мағынасын қойсақ келесі формуланы табамсыз: $\alpha= \mu_0\bar{n}\, R\cos\bar{\varphi} / \mu_0\bar{m}R\,\mathrm{ctg}\bar{\varphi}$. Формулада μ_0 және **R** қысқартсақ табатынымыз $\alpha=n\cos\bar{\varphi} / m\,\mathrm{ctg}\bar{\varphi} = \bar{n}\cos\varphi / \bar{m}\cos\bar{\varphi}/\sin\bar{\varphi}$. В формуле сокращаем μ_0 и **R** и получаем $\alpha=\bar{n}\cos\bar{\varphi} / \bar{m}\,\mathrm{ctg}\bar{\varphi} = \bar{n}\cos\bar{\varphi} / \bar{m}\cos\bar{\varphi}/\sin\bar{\varphi}$. Соңғы формулада **cosφ** қысқартсақ $\alpha=\bar{n}/\bar{m}\cdot\sin\bar{\varphi}$ дегенді табамыз.

Мұнда $\alpha=\bar{n}/\bar{m}\cdot\sin\bar{\varphi}$ - <u>конустық проекцияның көрсеткіші.</u>

Меридиан мен параллельдің берілген нүктесінде ұзындық масштабтарды, аудандық масштабты және бұрыштардың максималды бұрмалануын, сонымен қатар масштабы ең кіші параллельдің радиусын және ***α*** коэффициентін анықтау үшін жоғарыда келтірілген формулалар барлық конустық проекцияларға ортақ болып келеді.

Конустық проекциялардың ішінде, бұрмалану сипатына қарай, практикалық қолдануы бар <u>меридиандар бойымен теңаралық, теңбұрышты және теңкөлемді проекциялар бөлінеді</u>.

<u>Шарға келтірілген теңаралық конустық проекциялар.</u>

Жанама конустарға жәй конустық проекцияларға.

$\rho =f(\varphi)$ функцияның түрін анықтау үшін меридиандар бойымен теңаралықтықты, яғни m=1, немесе басты масштабты бірге теңетіп, яғни $\mu_0 = 1$ алсақ, онда табатынымыз:

$m=\mu_1/\mu_0= -d\rho/Rd\varphi \;/ \mu_0 = -d\rho/\mu_0\,Rd\varphi = -\,d\rho/1\cdot Rd\varphi$, мұнда $m=1$ болғандықтан формуланы келесі түрмен келтіруге болады $1= -\,d\rho/Rd\varphi$. Осыдан $d\rho= -\,Rd\varphi$. Соңғы есепті интегралдасақ, яғни жалпыласақ, табатынымыз $\rho=-R\cdot\varphi+\rho_{экв}= \rho_{экв}-R\cdot\varphi$, мұнда φ - радиан-мен алынады. $R\cdot\varphi= x$ көбейтінді экватордан ендігі φ тең параллельге дейн меридианның ұзындығын көрсетеді.

$\rho_{экв}$ - нтегралдау қашықтығы. $\rho_{экв}$ геометриялық мәні – карта бетіндегі экватор радиусының бейнесі. Егер $\varphi=0$, онда $\rho= \rho_{экв}$

Теңаралық конустық проекцияларда да полюс шеңбердің доғасымен бейнеленеді, оның формуласы $\rho= \rho_{экв}-R\cdot\pi/2$. $n= \mu_2 / \mu_0 = a\rho/ \mu_0\, R\cos\varphi$ - **шарға.**

Параллель бойындағы масштаб үшін $n= \alpha\rho / \mu_0 r = \alpha(\rho_{экв}-R\varphi) / \mu_0 R\cos\varphi$

Масштабы ең кіші параллельдің радиусы үшін: $\rho =\mu_0 mR\,ctg\varphi$, m=1 болғандықтан, ал $\bar{\rho}$

үшін $\bar{\rho}= \rho_{экв}-R\bar{\varphi}$ қолдансақ, онда $\rho_{экв}-R\varphi = \mu_0 R\,ctg\bar{\varphi}$, осыдан $\rho_{экв} = \mu_0 R\,ctg\bar{\varphi} +R\bar{\varphi}$.

$a =\bar{n}/\bar{m} \cdot \sin \bar{\varphi}$ формула бойынша, мұнда $\bar{m}=1$, карта бетінде бойлықтардың

пропорционалдық коэффициентті анықтауға болады $a=\bar{n} \cdot \sin \bar{\varphi}$ (себебі $m=1$) .
Осыдан кейн $\delta = \alpha\lambda$ формуласына (лекцияның басын қара)

сүйеніп келесі формула арқылы $\delta = \bar{n}\cdot\sin\bar{\varphi}\cdot\lambda$ картада бойлықтарды есептеуге болады.

Сонымен, теңаралық конустық проекцияның есептелуі <u>теңдеулер параметрлерін</u> анықтауында жатыр:

1) $\rho= \rho_{экв}-R\varphi$ $(R\varphi= \mu_0 R\,ctg\bar{\varphi} +R\bar{\varphi})$

2) $\delta = \alpha\lambda$ немесе $\delta = \bar{n}\cdot\sin\bar{\varphi}\cdot\lambda$, ал $n_0=\bar{n}=1$ **болғандықтан** (жанама конуста), $\delta = \lambda \sin\bar{\varphi}$, мұнда λ – глобустағы көршлес меридиандар арасындағы бойлықтардың берілген айырмашылығы. Сонымен, $\rho_{экв}$ мен α есептеп алып, ары қарай берілген параллельдердің ρ радиустерін және меридиандар арасындағы δ бұрыштарын есептейді (егер жанама

параллель берілсе, яғни $\varphi_0 = \bar{\varphi}$ белгілі болса, онда $n_0=\bar{n}=1$, бұл жағдайда жанама параллельден солтүстікке және оңтүстікке қарай масштаб өседі, яғни $n>1$)

Каврайский В.В. профессоры кезінде жаңа теңаралық конустық проекцияны ұсынды, мұнда $\rho_{экв}$ (немесе ρ_n) және α келесі жағдайлармен анықталады:

$n_1= n_2$ (қима параллельдері өзіндік қабылданады)

$n_1: 1 = 1 : \bar{n}$ ($\bar{n}$ - параллель бойындағы ең кіші масштаб, $\bar{\varphi}$ - анықталатын ендік. Соңғысы қима параллельдердің тақ ортасында орналасады).

<u>Шарға келтірілген теңкөлемді конустық проекциялар.</u>
Теңкөлемді конустық проекциялардың жалпы теориясынан <u>параллельдердің радиустерін және меридиан аралық бұрыштарды</u> есептеу үшін келесі формулалар қолданылады:

$\rho = \mu_0 R\ \sqrt{2/\alpha} \cdot (d - \sin\varphi)$; $\delta = \alpha\lambda$

Егер **α** тұрақтылық анықталса, онда масштабы ең кіші $\bar{\varphi}$ параллелдің масштабы келесі формуламен анықтауға болады:

$\sin\bar{\varphi} = d - \sqrt{d^2 - 1}$.

Егер бойындағы масштабтары бірдей, яғни $n_1 = n_2$, φ_1 және φ_2 екі параллель берілсе**,** онда келесі $\varphi_0 = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$; $\Delta = (\varphi_2 - \varphi_1)/2$ теңдіктерді қабылдай отырып, **d** және **α** параметрлерді төмендегі теңдіктер арқылы анықтай аламыз:
$2d = \sin\varphi_0/\cos\Delta + \cos\Delta/\sin\varphi_0$
$\alpha = n_1^2 \cdot \sin\varphi_0 \cdot \cos\Delta$

Егер, керісінше, масштабы ең кіші **φ** параллелі бернілсе, онда проекцияның **d** және **α** параметрлерін келесі формулаларымен анықтауға болады:

$2d = \sin\bar{\varphi} + \operatorname{cosec}\bar{\varphi}$

$\alpha = \bar{n}^2 \cdot \sin\bar{\varphi}$

Конустық проекциялардың параметрлерін, олардың ең шеткі бұрмалануларының көлеміне және бейнеленетін аймақтың шегіндегі ұзындықтардың орташа квадраттық бұрмалану минимумына қарай анықтау әртүрлі тәсілдерін қарастырайық:

1) **d** және **α** параметрлерін, берілген параллельдегі масштаб **min**, яғни **1** тең **(n=1)** жағдайды сақтай отырып, анықтау керек Бұл жағдай жанама конустағы проекцияға сәйкес. **n=1** алсақ, онда табамыз:

$2d = \sin\bar{\varphi} + \operatorname{cosec}\bar{\varphi}$, $d = 1/2(\sin\bar{\varphi} + \operatorname{cosec}\bar{\varphi})$

$\alpha = \bar{n}^2 \cdot \sin\bar{\varphi}$, $\bar{n} = 1$ болғандықтан $\bar{n}^2 = 1$, осыдан $\alpha = \sin\bar{\varphi}$. Мұнда $\bar{\varphi}$ – жанама параллелі.

$\bar{\varphi} = \varphi_0 = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$, мұнда φ_1 және φ_2 - шеткі параллельдердің ендіктері.

2) φ_3 және φ_4 ендіктерде берілген параллельдердің масштабтары бірдей және тең, яғни $n_1 = n_2 = 1$. Бұл тәсіл қима параллельдері белгілі қима қонустағы проекцияға сәйкес. Бұл φ_3 және φ_4 параллельдерін әдетте бейнеленетін территорияның екі шеткі φ_1 мен φ_2 және ортаңғы φ_0 параллельдер аралығында алады.
Бұл жағдайда **d** және **α** тұрақтыларды анықтау үшін төмендегі теңдіктерді қолданады:
$2d = \sin\varphi_0/\cos\Delta + \cos\Delta/\sin\varphi_0$; $\alpha = n_1^2 \cdot \sin\varphi_0 \cdot \cos\Delta$, мұнда $\varphi_0 = 1/2 \cdot (\varphi_3 + \varphi_4)$, $\Delta = 1/2 \cdot (\varphi_4 - \varphi_3)$

және $n_1 = 1$ деп алу керек, ал ең кіші масштабтағы $\bar{n}$ параллельдің $\bar{\varphi}$ ендігін анықтау үшін төмендегі формулалар:

1) $\sin \bar{\varphi} = d-\sqrt{d^2-1}$ немесе 2) $\sin \bar{\varphi} = \sin\varphi_0 / \cos\Delta$ және, соңында, $\bar{n}$ үшін төмендегі формулаларды:

$n_1 \cdot \cos\Delta = \bar{n}$ осыдан $\cos\Delta = \bar{n}/n_1$, $n_1 = 1$ болғандықтан, $\cos\Delta = \bar{n}$, немесе $\bar{n} = \cos\Delta$ тең болады

<u>Шарға келтірілген теңбұрыштық конустық проекциялар.</u>

Барлық конустық проекцияларда параллель бойындағы масштаб $\bar{n}=1$ тең жанасу параллелінен (жанасу конусы жағдайында) немесе қима параллельдерінен (қима конусы жағдайында) солтүстікке және оңтүстікке өседі. Әрбір нүкте бойында масштабтың теңдігін, яғни шексіз кішкентай бөліктерінде ұқсастықты сақтау үшін (басқа сөзбен айтқанда объектің пішінін сақтау), теңаралық проекцияның түрін, параллельдер бойындағы масштабтың өсуімен меридиандар бойындағы масштабтың да сәйкесті өсуін сақтай отырып, өзгерту керек.

4 - лекция. Цилиндрлі проекциялардың теориясы. Цилиндрлі проекциялардың параметрлерін анықтау тәсілдері. Шардың теңаралық, теңбұрышты және теңкөлемді цилиндрлі проекциялары. (4 сағат)

Цилиндрлі проекциялардың анықтамасына сәйкесті – дұрыс тордың параллельдері түзу сызықтар, ал меридиандары оларға перпендикулярлы теңаралықтағы тік сызықтар, - барлық цилиндрлі проекцяилардың теңдеулері келесі:

$x = f(\varphi)$ мұнда **x** –параллельдердің экватордан аралықтары
$y = c\lambda$ **y** - меридиандардың бастапқы меридианнан қашықтығы
c - пропорционалдық коэффициенті, меридиандар аралықтары оған байланысты.

Жерді радиусы **R** шар ретінде қабылдай отырып, меридиан және параллель бойындағы масштабтардың теңдеулерін анықтау керек. (**с у р е т т і к е л т і р у, Грауэр - 77**):

Меридиан бойындағы масштаб карта бетіндегі меридианның шексіз кішкентай элементінің $MM^{//}$ шардағы сол меридианның $M_0M_0^{//}$ элементіне сәйкесті қатынас шегіне тең:

$\mathbf{Lim}\ MM^{//} / M_0M_0^{//} = dx / R\cdot d\varphi$

Параллель бойындағы масштаб карта бетіндегі параллельдың шексіз кішкентай элементінің $MM^{/}$ шардағы меридианның $M_0M_0^{/}$ элементіне сәйкесті қатынас шегіне тең:

$\mathbf{Lim}\ MM^{/} / M_0M_0^{/} = dy / r\cdot d\lambda = c/r = c / R\cdot\cos\varphi$ (мұнда **r** – параллель радиусы = $c/R\cdot\cos\varphi$)

(негізінде **c** – бойлықтың өсуі, яғни Δy немесе $\Delta\lambda$).

Меридиан және параллель бойындағы **m** және **n** масштабтардың өсуі, осы бағыттағы жеке масштабтардың басты масштабына (яғни μ_0) қатынастарына теңелетін, келесі түрде көрсетуге болады:

$m = dx / \mu_0 \cdot R d\varphi$ (р и с у н о к)
$n = dy / \mu_0 \cdot r \cdot d\lambda = c / \mu_0 \cdot r = c / \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi$

Коэффициент **c**-ні анықтау үшін, бойындағы жеке масштаб басты масштабқа тең, немесе **n**-нің өсуі **1** тең**,** яғни $n = 1$**,** стандартты немесе басты параллельдің φ_0 белгілейік**:**

$c\ /\ \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_0 = 1$, осыдан **$c = \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_0 = \mu_0 \cdot r_0$** Енді **c**-тің мәнін **n**-нің формуласына (жоғары қара) кіргізсек, табамыз: **$n = c/\mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi = \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_0\ /\ \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi$.** Сәйкесті қысқарулардан кейін қалатыны **$\underline{n = \cos\varphi_0\ /\ \cos\varphi = \cos\varphi_0 \cdot\ 1/\sec\varphi}$**, енді **$y=c\lambda$** теңдігінде (лекцияның басын қара) табатынымыз **$\underline{y = \mu_0 \cdot r_0 \cdot \lambda = \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_0 \cdot \lambda}$**

Карта бетінде параллельдер мен меридиандар тік бұрышпен қиылысуына, осыған қарай бұрмалану эллипстың басты бағыттары олармен сәйкестелуіне байланысты, ***a*** және ***b*** максималды өсуі санды түрде меридиан мен параллель бойындағы **m** және **n** өсуіне тең. Осыған байланысты бұрмалануларды сипаттау үшін бұрмаланулардың жалпы теориясынан тек қана аудандардың **р** өсуін, **ω** бұрыштардың максималды бұрмалануларын және ең қатты өзгеретін **U_0** және **U** бағыттарды табу керек. Аудандардың **р** өсуін келесі формула арқала табуға болады:

$$P = a \cdot b = m \cdot n$$

Бұрыштардың максималды өзгеруін және ең қатты бұмаланатын бағыттарды анықтау үшін келесі теңдкті қолданады:

$tg\,(45^0 + \omega/4) - tgU_0 = ctgU = \sqrt{a/b} = \sqrt{m/n}$, егер **$m>n$**

Егер Жерді эллипсоид ретінде қабылдасақ, онда бұрмаланулар теңдеулері келесі түрде жазылады:

$m = dx/\mu_0 \cdot \mu \cdot d\varphi$; $n = c/\mu_0 \cdot r = c/\mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi$, немесе **$c = \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_0$** (жоғары қара) теңдеудегі **c** – нің орнына қойсақ, онда табатынымыз: **$n = \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi_0\ /\ \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi$.** Бұл теңдеуде **$\mu_0$** қысқартсақ қалатыны **$n = R \cdot \cos\varphi_0\ /\ R \cdot \cos\varphi$.** Мұнда **$R \cdot \cos\varphi_0 = r_0$, $R \cdot \cos\varphi = r$.** Соңында табатынымыз **$n = r_0\ /\ r$,** мұнда **r_0** және **r** басты және берілген параллельдердің радиустары болып табылады.

Теңаралық цилиндрлі проекциялар

Жәй цилиндрлі немесе квадратты-цилиндрлі проекция торының құрастыруын қарастырайық (бұл проекция тек қана цилиндрлі проекциялардың ішінде емес, барлық проекциялардың ішінде ең қарапайымы).

Глобустың радиусын **R_0, е**ндіктер айырмашылығын **$\Delta\varphi$,** бойлықтар айырмашылығын **$\Delta\lambda$** белгілесек, онда параллель аралықтары **$\Delta\varphi$** және меридиандар аралықтары $\Delta\lambda$ өзара тең болады: (1) **$\Delta x = R_0 \cdot \Delta\varphi_0/\rho^0$** (2) **$\Delta y = R_0 \cdot \Delta\omega\lambda_0/\rho^0$**, мұнда **$\rho^0$** = **$57^0 29578$** – бір радиандағы градустар саны. Осыдан байқалатыны – ендіктер мен бойлықтакрдың теңдігінде, яғни **$\Delta\varphi = \Delta\lambda$, $\Delta x = \Delta y$** бір-біріне тең болу керек.

Осы формулаларды қолдану үшін глобустың **R_0** радиусын білу керек. Ол **$R_0 = \mu_0 \cdot R$**, мұнда **μ_0** – картаның басты (берілген) масштабы, **R** – Жердің радиусы. Енді **R_0** мәнін жоғарыдағы (1) және (2) формулаларға қойсақ және **Δx** мен **Δy** сантиметрлермен белгілесек (ол үшін, егер радиус метрлермен берілсе, теңлдіктердің оң жақтарын 100 көбейту керек, ал радиус километрлермен берілсе, онда 1000 көбейту керек), жәй цилиндрлі проекцияның торын есептеу соңғы формулаларын табамыз:

(3) **$\Delta x = 100 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \Delta\varphi^0/\rho^0$** (немесе **$1000 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \Delta\varphi^0/\rho^0$**)

(4) **$\Delta y = 100 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \Delta\omega\lambda^0/\rho^0$** (или **$1000 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \Delta\omega\lambda^0/\rho^0$**)

Бұл формулаларды практикалық қолдануында белгілі жағдайда келесіні міндетті түрде көрсету керек:

- **μ_0** басты масштабтың санды мәндерін;
- **$\Delta\varphi = \Delta\lambda$** көрсеткішті (тордың тығыздығы)
- жер шарының радиусы (әдетте оңайлату мақсатымен **R= 6370** км теңетіп алады, бірақ беті Красовский эллипсоидының бетімен бірдей тең жер шарының радиусын алуға болады, яғни **R= 6371,116** км, немесе **R= 6371116** м)

Бұл проекцияда бұрмалану эллипсі экватордан алыстаған сайын параллель бойымен созылуы өсе береді, ал полюстерде сызықтарға айналады. Полюстерде **ω** –нің максималды бұрмалануы **180^0** жетеді. Осыған байланысты қарастырылып отырған проекция экваториалды мемлекеттерді және аспанның зодиакалдық карталарын құрастыру үшін өте ыңғайлы.

Ең шеткі (ең үлкен) бұрмалануларды азайту мақсатымен қима параллельдері ($\pm\varphi_0$) экватордан тең аралықта жатқан қима цилиндрді алуға болады. Ертеден белгілі бұл проекцияда (б.э. 100 бұрын – Марис Тирский) картада көршілес меридиандар аралықтары глобустағы сәйкесті меридиандар арасындағы параллельдің түзетілген доғасына тең, ал картадағы көршілес параллельдер аралықтары меридиандардың түзетілген доғаларына тең – квадратты проекцияда сияқты.

Теңбұрышты цилиндрлі проекциялар

Теңбұрышты цилиндрлі проекция, теңіз навигацияда кеңімен қолданылатын, 1569 ж. голланд картографы Кремер (Gerhard Kremer) немесе латынша Меркатор бірінші рет ұсынған.

Шарға келтірілген осы проекцияны қарастырайық.

Жоғарыда қарастырылған квадратты-цилиндрлі проекцияда шексіз кішкентэй шеңбер эллипспен бейнеленеді, оның үлкен жартылайөсі параллель бойымен бағытталған (**$n>1$, $n=\sec\varphi$**), ал кіші жартылайөсі шексіз кішкентай шеңбердің радиусына тең және меридиан бойымен бағытталған (**$m=1$** - бұрмалануы жоқ). Эллипсті қайтадан шеңберге айналдыру үшін (яғни картағы фигуралардың глобустағы шексіз кішкентай фигураларға теңестіру) эллипстерді меридиандар бағытымен соншама рет созу, қаншама параллельдер бойындағы сызықтар созылған (**$\sec\varphi$** рет). (Эллипстың үлкен жартылай өсін кіші жартылай өсіне дейн кішірейту мүмкін емес, себебі, бұл жағдайда, жазық бетін қайтадан глобусқа айналадыру керек!).

Меркатор проекциясында торды салу үшін (**с у р е т т і к е л т і р у**, **Грауэр – стр. 79, 85**) керегі:

$AB\cdot\sec\varphi_1$, $BC\cdot\sec\varphi_2$, $CD\cdot\sec\varphi_3$ және т.с. Тордың **φ_3** ендігіне сәйкесті параллельді табу үшін табылған мәндерді қосу керек. Ізденген параллельдің экватордан жаңа қашықтығын **m** көрсеткіштерімен белгілесек, табатынымыз:

$A_m B_m = AB\cdot\sec\varphi_1 + BC\cdot\sec\varphi_2 + CD\cdot\sec\varphi_3$, $AB=BC=CD=\Delta x$ болғандықтан, **$A_m B_m = \Delta x\,(\sec\varphi_1 + \sec\varphi_2 + \sec\varphi_3)$** тең болады. Жоғары дәлдік үшін қосындылардың санын$\to\infty$, ал өлшемін **$\Delta\varphi\to 0$** жеткізу керек. Басқа сөзбен айтқанда**,** меридианның созылуы секірмелі емес, үзіліссіз болуы керек.

Бұл қашықтықтарды, меридианды бөліктері деп аталатын, анықтау үшін квадратты проекция торының меридианында шексіз кішкентай **Δx** элементін сәйкесті ендіктің секансына көбейтейік. Көбейту нәтижесінде Меркатор проекциясының торы меридианының **ΔD** элементін табамыз (с у р е т т е к ө р с е т у): **$\Delta D=\sec\varphi\cdot dx = dx/\cos\varphi$. (осыдан $dx=\Delta D\times\cos\varphi$, ал жалпы түрінде $x= D\times\cos\varphi_0$)**

D-нің барлық ұзындығы **(**экватордан берілген параллельге дейн**)** келесі формула арқылы есептеледі:

$D = R_0/Mod\cdot\lg tg(45^0+\varphi/2)$.

Жоғарыдағы формуланы соңғы түріне келтіру мақсатымен, экватордан параллельдерге дейн **x** қашықтықтарын *см* көрсету үшін, глобустың **R_0** радиусының орнына Жердің (*м* немесе *км*) басты масштабтағы 100 көбейтілген радиусын қою керек; келтірілген формулаға меридиандарды салу формуласын қосайық:

$x= 100\cdot\mu_0\cdot D = 100\cdot\mu_0\cdot R / Mod\cdot\lg tg(45^0+\varphi/2)$ (в *см*)

$y= 100\cdot\mu_0\cdot R\cdot\lambda^0/\rho^0$ (в *см*)

Егер басты масштаб ендігі $\varphi_0 \neq 0^0$ тең емес параллельде берілсе (яғни проекция қима цилиндрде салынады), онда Меркатор картасының абциссалары келесі формуламен есептеледі:
$x = 100 \cdot \mu_0 \cdot D \cdot \cos\varphi_0 = 100 \cdot \mu_0 \cdot \cos\varphi_0 \cdot R / Mod \cdot \lg tg(45^0 + \varphi/2)$ (*см*), ал **у** ординаттар үшін бұрынғы формула қала береді: $y = 100 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot \lambda^0/\rho^0$ (*см*)

Қарастырылып отырған проекцияның жағдайлары: $m = n = \sec\varphi$; $p = mn = \sec^2\varphi$; $\omega = 0^0$

Тұра теңбұрышты (конформды) цилиндрлі проекцитялар теңіз карталары үшін қолданылады, себебі оларға **локсодромиялық** қасиеті тән.

Масштабтардың баяу өзгеруі бұл проекцияда экватор маңында байқалады, осыған қарай проекцияны экваториалдық зонаны, немесе параллельдер бойымен созылған тар бағаналарды бейнелейтін карталарды салу үшін қолдану өте ыңғайлы.

Теңкөлемді цилиндрлі проекциялар

Теңкөлемді проекцияларда **х** абциссасын аудандардың қатынастарын, яғни $p = mn = 1$ сақтау жағдайынан шығарады.

Егер глобустың бетіне экватор бойымен жанама келетін цилиндрдің бетін меридиандар мен параллелдер жазықтарымен қисақ, кейн жазықтасақ, онда біз Ламберт ұсынған (1728-1777) теңкөлемді цилиндрлі проекцияны табамыз. Оның басқа атауы – изоцилиндрлік проекция.

Әрбір шар белдеуінің беті $A_0B_0C_0D_0$ (**с у р е т т і к е л т і р у**, **Грауэр - 105**) тең, өздеріңізге белгілі, үлкен дөңгелек шеңберінің белдеу биіктігі көбейтіндісіне тең: $S_{ш.б.} = 2П\ R_0 h$, мұнда $П = 3{,}14$, ал **h** – белдеудің **МК** биіктігі. Екінші жағынан карта бетіндегі **MNLK** сәйкесті тікбұрыщтың ауданы $S_{пр} = KL \cdot MK$ тең, мұнда $KL = 2П\ R_0$, ал $MK = h$. Сонымен $S_{пр.} = 2П\ R_0 h$. Осыдан шығатын қортынды – шар белдеуінің беті карта бетіндегі сәйкесті фигураның ауданына тең, яғни $S_{ш.б.} = S_{ка.}$ Сонымен, бұл проекцияда карта бетінде шардың бікіл бетінің ауданы сақталынады, яғни глобус беті де жазық бетінде $S_{EHGF} = 2П\ R_0 \cdot 2R_0 = 4\ ПR_0^2$ тең.
Қарастырылып отырған проекцияның картографиялық торын салу үшін меридиандар аралықтарын және параллелдердің экватордан қашықтығын есептеу мақсатымен келесі формулалар қолданылады: $\Delta y = R_0 \cdot \Delta\lambda$, отсюда $y = R_0 \cdot \lambda$. Мұнда **у** – өстік меридианнан есептелетін ординаталар, Δy – бойлықтардың сәйкесті айырмашылықтарына тең меридиандар аралықтары. $x = MO = C_0S_0 = R_0 \cdot \sin\varphi$ (**ж о ғ а р ы д а ғ ы с у р е т т і қ а р а**).
Егер глобус масштабын, яғни картаның басты масштабын кіргізсек, жер шарының радиусын **R** см., ал λ бойлықты бұрыштық бірліктермен белгілесек, онда изоцилиндрлі проекцияның какртографиялық торын есептеу жұмысты формулалары мынандай болып келеді:
$x = 100\ \mu_0 R \sin\varphi$ в см, $y = 100\ \mu_0 R \cdot \lambda^0/\rho^0$ в см.

Ұзындықтардың, аудандардың және бұрыштардың өсуі келесі формулалармен анықталады:
$m = \cos\varphi$; $n = \sec\varphi$; $p = mn = \cos\varphi \cdot \sec\varphi = \cos\varphi \cdot 1/\cos\varphi = 1$; $\sin \omega^0/2 = n - m / n + m$

Қима цилиндрді қолданған жағдайда ұзындықтар масштабы екі басты (стандартты) параллелдердің бойында, ал тұра жанама цилиндрлі проекцияда - экватор бойында сақталынады. Экватордан полюстерге қарай параллельдер бойындағы масштаб өседі , ал меридиандар бойындағы масштаб, керісіеше, кішірейеді, осыған байланысты параллелдер аралықтары экватордан алыстаған сайын азаяды.

Изоцилиндрлі проекция географиялық ендіктің өзгеруіне қарай географиялық объектілердің зоналар ішінде таралуын көрсететін карталарды салу үшін қолданады. Мұндай карталарға геоботаникалық, зоогеографиялық, табиғы зоналар, жылу белдеулер және т.б. карталарды жатқызуғы болады.

Перспективті цилиндрлі проекциялар

Бұл проекцияда картографиялық тор экватор бойымен жылжып отыратын көзқарас нүктесінен шығатын сәулелермен цилиндр бетіне глобус бетіндегі параллельдер мен меридиандар қиылысу нүктелерінің проекциялануымен табылады. Мұндай әдіс бірінші рет 1868 ж. Браунмен ұсынған (қима цилиндрде - Голлмен). Салу әдісіне қарай бұл проекция перспективті цилиндрлі, дәлірек айтқанда, стереографиялық цилиндрлі проекцияларға жатады.

Қарастырлып отырған проекцияда (қима параллельдері $\pm 30^0$ тең қима цилиндрде салынған) БСАМ- дағы дүниежүзінің басым карталары салынған

Цилиндрдің қисық жағдайында қисық цилиндрлі проекцияның әртүрлі варианттары шығады.

5 – лекция. Азимуталды проекцияларының жалпы теориясы. Азимуталды проекциялардың параметрлері. Шардың теңаралық, теңкөлемді және теңбұрышты азимуталды проекциялары. Перспективті және қисық азимуталды проекциялар. (4 часа)

Азимуталды проекцияларының жалпы теориясы. Азимуталды проекциялар деп тұра тордың параллелдері концентрлі шеңберлер, ал меридиандары – географиялық полюс болып табылатын бір нүктеден, аралық бұрыштары бойлықтардың нақтылы айырмашылықтарына тең, түзу радиалды сызықтар болып бейнеленетін проекцияларды атайды.

Жоғары анықтаманы аналитикалық түрде былай жазуға болады: $\rho=f(\varphi)$, $\delta=\lambda$ мұнда ρ – картадағы параллелдің радиусы, δ – меридиандар аралығындағы бұрыш

Жазықтық полярлы координаттар жүйесінің ρ және δ полюсы **P** нүктесімен алынады (географиялық полюс). Полярлық өсі ретінде, одан δ бұрыштары аланып отырады, әдетте картаның вертикалды жиектемесіне параллелді болып келетін меридиандардың бірін алады (**сурет Грауэр - 182**).

$\rho=f(\varphi)$ функцияның түрі теңаралық, теңбұрышты және теңкөлемді проекциялардың табылу шарттарымен белгіленеді. Бұл проекцияда меридиандар мен параллелдердің тік бұрышпен қиылысуына байланысты, олар бұрмалану эллипстың басты бағыттары болып алынады. Осыдан **m** және **n** өсуін, μ_0 басты масштабта кішірейтілген картаның меридианы мен параллелінің шексіз кішкентай элементтерінің жер шарындағы сәйкесті элементтеріне қатынасы негізінде табады:

$m= - \Delta\rho \;/\; \mu_0 \cdot R \cdot \Delta\varphi$ (мұнда «-» белгісі φ ендіктегі карта параллелінің ρ радиусының кішірейюін көрсетеді).

$n= \rho \;/\; \mu_0 \cdot r = \rho \;/\; \mu_0 \cdot R \cdot \cos\varphi$ (азимуталды проекциялар конустық проекциялардың жеке жағдайы болып табылады. Бұл жағдайда бойлықтардың пропорционалдық коэффициенті α бірге тең, яғни $\alpha = 1$. Осыдан, егер $\Delta\delta/\Delta\lambda = 1$, онда $n = \rho/r$)

Ары қарай, азимуталды проекциялардың жеке түрлерін қарастырғанда, басты масштабты бірге теңейтеміз, яғни $\mu_0=1$

Аудандардың және бұрыштардың максималды бұрмалануын анықтауында конустық проекцияларда қолданылатын формулалар алынады: **р=m·n, tg(45⁰+ω/4)=√n/m (**немесе **√m/n).**

Азимуталды проекциялардың формулаларының конуңстық проекциялардың формулаларына сәйкестілігінен, олардың анықтамаларынан азимуталды проекциялар конустық проекциялардың жеке жағдайы, болып келетінін байқауға болады, яғни нақты айтқанда бойлықтардың пропорционалдық коэффициенті теңелгенде (**α=1**). Басқа сөзбен айтқанда, азимуталды проекцияларды салғанда **ρ** формуласын қолдануға болады, ал **к=2ρ·sinδ/2** арқылы меридиандарды салу үшін хордаларды есептеуге болады.

Азимуталды проекциялардың тұра торлары солтүстік және оңтүстік немесе орталық нүктесі географиялық полюсте орналасқан полярлық аймақтардың бейнелеуінде қолданылады. Практикада, сонымен бірге, кеңімен көлденең және қисық азимуталды проекциялардың торлары қолданылады (батыс және шығыс жартышарлар, изометриялық территориялардың, экваториалдық және полюспен экватор аралығындағы белдеулер карталарын салуында). Барлық жағдайларда проекцияның орталық нүктесі ретінде бұрмаланулар жоқ, ал оның маңында олардың өсуі баяу және бейнеленетін территорияның орталығында орналасатын нүкте қабылданады. Қисық және көлденең проекцияларда бұл нүкте сфералық координаттар ***z*** және ***a*** жүйесінің **Z_0** полюсі қабылданады, ал оның **φ_0** және **λ_0** географиялық координаттары алдын-ала беріледі.

Полярлық өсі, одан ***a*** азимуттары тапсырылады, сфералық координаттардың қабылданған жүйесінің полюсімен өтетін меридианмен сәйкестеледі. Бұл торларда **ρ** және полярлық бұрыш **δ** тұра торларға келтірілген формулалармен анықталады, бұл формулаларда **φ** және **λ** географиялық координаттарын полюсі **Z_0** (**φ_0 , λ_0**): **ρ=f(z) , δ= *a*** сфералық координаттарымен, яғни ***z*** яғни ***a*** алмастыру керек.

Белгілі формулалармен **φ** және **λ** географиялық координаттары берілген меридиандар мен параллельдердің қиылысу нүктелерінің **ρ** және **δ** полярлық координаттарын есептеу үшін, сфералық тригонометрияның белгілі формулалары арқылы **φ** и **λ** географиялық координаттарынан ***z*** және ***a*** сфералық координаттарына ауысу керек. Ауысу формулалары:

осылар $\cos z = \sin\varphi_0 \cdot \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos(\lambda-\lambda_0)$

$\sin z \cdot \cos a = \cos\varphi_0 \cdot \sin\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos\varphi(\lambda-\lambda_0)$

$\sin z \cdot \sin a = \cos\varphi_0 \cdot \sin\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi(\lambda-\lambda_0)$

немесе мыналар: $\cos z = \cos\varphi \cdot \cos\varphi(\lambda-\lambda_0)$

$\mathrm{tg}\, a = \mathrm{ctg}\, \varphi \cdot \sin\varphi(\lambda-\lambda_0)$

Қисық және көлденең торларда географиялық меридиандар мен параллелдер қисық сызықтар болып келеді, осыған байланысты тордың салынуы тордың түйісу нүктелердің тікбұрышты координаттары, келесі формулаларды қолдану, арқылы жүреді:

$x= \rho\cdot\cos\delta = \rho\cdot\cos a, \quad y= \rho\cdot\sin\delta = \rho\cdot\sin a$

Егер тікбұрышты координаттардың бастауы ретінде **Z_0** полюсінің **z** бейнесі алынса, ал өстерін онда келесі түрде бағыттау керек: абцисса өсі **х ZP** - тіксызықты меридианы бойымен, ал ординат өсі **у – ZY** бірінші вертикал бойымен өтеді**.**

Осыдан түсінікті, қалай азимуталды проекциялардың қисық және көлденең торларында географиялық меридиандар мен параллелдер салынады: меридиандар мен параллелдердердің қиылысу нүктелерінің **φ** және **λ** географиялық координаттары бойынша ***z*** және ***a*** сфералық координаттары есептеледі (жоғарыда көрсетілген ауысу формулалары арқылы), содан кейн **ρ=f(z) , δ=** формулалар арқылы **ρ** және **δ** жазықтық полярлық координаттарды анықтайды, соңында, $x= \rho\cdot\cos\delta = \rho\cdot\cos a, \quad y= \rho\cdot\sin\delta = \rho\cdot\sin a$

формулалар арқылы **x** және **y** табылады. Анықталған нүктелерді қоса отырып картографиялық торды табады.

<u>Теңаралық азимуталды проекция.</u>

Меридиандар боындағы теңаралықтық шартын қоя, яғни **m=1**, және Жерді шар ретінде қабылдай отырып, $\mu_0=1$ картадағы параллелдердің **ρ** радиустерін анықтауға болатын бастапқы формуланы табамыз: **- dρ/R·dφ = 1** (меридиандар үшін), осыдан **dρ = - R·dφ**, бұл мәнді интегралдасақ, табамыз

$\rho = -R\int_{\pi/2}^{\varphi} d\varphi = R(\pi/2 - \varphi)$, немесе полярлық қашықтық $\ell = \pi/2 - \varphi$ арқылы шығара отырып

табамыз $\rho = R\cdot\ell$, мұнда **ℓ -** полярлық қашықтық.

Параллель бойындағы **n** масштабтың өсуін белгілі формуламен (осы тақырыптың бірінші сұрағын қара) табамыз: $n = \rho/r = \rho/R\cdot\cos\varphi$. Бұл формулада **ρ** және **φ** бұрышын полярлық қашықтықпен айналдырсақ, онда табамыз: $n = R\cdot\ell\ /\ R\cdot\cos\ell = \ell / \sin\ell$

Меридиандар мен параллелдер өзара перпендикулярлы болғандықтан, яғни $\psi=90^0$, **m=1,** аудандардың өсуін келесі түрде көрсетуге болады: $p=n=\ell / \sin\ell$

Бұрыштардың ең үлкен бұрмалануын мынандай формуламен табады: $tg(45^0+\omega/4)=\sqrt{n}$ (т.к. **m=1**)

Қарастырылып отырған проекция француз математигі Постельмен(1510-1581) ұсынған, осы себеппен проекция оның атымен аталады. Постельдің теңаралық проекциясы <u>полярлық азимуттар мен полярлық қашықтықтарды бұрмаланусыз сақтау</u> мақсатымен қолданады (қисық және көлденең проекцияларда полюс ретінде жазықтықтың глобус бетімен жанасу нүктесі алынады).

<u>Теңкөлемді азимуталды проекция.</u>

Бұл проекцияны 1772 ж. неміс математигі Ламберт құрастырған. Мұнда тұра (дұрыс) тордың параллелдерді көрсететін концентрлі шеңберлер глобустағы **AB** параллелдің **AP** хордаларына тең радиустермен жүргізіледі. (**с у р е т т і к е л т і р у, Грауэр - 186**), яғни $AP = \rho = 2R\cdot\sin\ell/2$. Параллелдердің мұндай жолмен салуында картада аудандар сақталынады. При таком построении параллелей сохраняются площади на карте. <u>Дәлелдеу:</u>

Радиусы **AP = ρ** картадағы шеңбердің ауданы $S=\pi(AP)^2$ тең. Геометриядан белгілі **APB** сегменттің (с у р е т т е к ө р с е т у) ауданы үлкен доңгелектің шеңбері ұзындығының сегмент **PO** биіктігіне көбейтіндісіне тең: $S_{сег.}=2\pi R\cdot PO$. ΔP_1AP - дан жазуға болады, **ρ**-ға тең **AP** катеті гипотенуза мен оған іргелі **PO** кесіндісінің орта пропорционалды шамасы болып келеді. **PO/AP = AP/2R** (*с у р е т т е к ө р с е т у*). Осыдан $AP^2= 2R\cdot PO$. Соңғы мәнді сегменттің формуласы $S_{сег.}=\pi(AP)^2$-ға кіргізсек, онда табамыз $S_{сег.}=2\pi R\cdot PO$, дәлелдейтінді таптық.

Ламберттың теңкөлемді азимуталды проекциясы теңкөлемді конустық проекцияның жеке жағдайы болып келеді.

Параллелдер радиустарының формуласын азимуталды проекциялардың жалпы формулалары негізінде, теңкөлемдік шартын кіргізе отырып ($m\cdot n=1$, $\mu=1$ жағдайында), шығаруға болады:

$-\ d\rho/R\cdot d\varphi\ \cdot\ \rho/R\cdot\cos\varphi = 1$. Бұл мәнді интегралдасақ табамыз:

$$\rho^2/2 = -R^2 \int_{\pi/2}^{\varphi} \cos\varphi \cdot d\varphi = R^2(1-\sin\varphi)$$ немесе, **φ** бұрышын полярлық қашықтық арқылы , яғни $\ell = \pi/2-\varphi$ арқылы шығарсақ, онда табамыз: $\rho^2=2R^2(1-\cos\varphi) = 4R^2\cdot\sin^2\ell/2$. Осыдан $\rho = R\sqrt{2(1-\cos\ell)} = 2R\cdot\sin\ell/2$

Меридиандар бойындағы **m** өсуін табады: $m= \cos \ell/2$
Параллелдер бойындағы **n** өсуін табады: $n= \sec \ell/2$
Аудандық масштабтың, яғни **p** өсуін табамыз: $p=m\cdot n = \cos\varphi\cdot\sec\varphi= \cos\varphi\cdot 1/\cos\varphi = 1$
Бұрыштардың максималды бұрмалануын келесі формуламен табамыз: $tg(45^0+\omega/4)= \sec\ell/4$

Перспективті азимуталды проекциялар.

Перспективті проекциялардың тұра (дұрыс) торының суреті азимуталды проекцияларға ұқсас. Осыған байланысты перспективті проекциялар, перспектива заңымен салынған азимуталды проекциялардың жеке жағдайы болып табылады.

Перспективті проекциялар тұра (дұрыс) түрімен бірге қисық және көлденең түрлері де кеңімен қолданылады. Тұра түрінде тұра сфералық координаттар жүйесі **φ** (немесе **ℓ**) және **λ** географиялық координаттар болып келеді, және перспективті проекциялардың формулалары азимуталды проекцияларға ортақ, олар: $\rho=f(\varphi) = F(\ell)$, $\delta=\lambda 7$

Басқа жағдайларда, егер сфералық координаттар жүйесінің полюсы **z** және **α** географиялық полюспен сәйкестелмесе, онда $\rho=f(z)$, $\delta=\alpha$ теңдіктермен белгіленетін қисық және көлденең торларды табамыз. Мұнда географиялық меридиандар мен параллелдер картографиялық торының түйінді нүктелерінің **z** және **α** сфералық координаттары, жоғарыда азимуталды проекцияларға тиісті қарастырылған, келесі формулалармен анықталады:

мыналармен
$$\cos z = \cos \varphi_0\cdot\sin\varphi + \cos\varphi_0\cdot\cos\varphi\cdot\cos (\lambda-\lambda_0)$$
$$\sin z \cdot \cos \varphi = \cos \varphi_0\cdot\sin\varphi - \sin\varphi_0\cdot\cos\varphi\cdot\cos (\lambda-\lambda_0)$$
$$\sin z \cdot \sin \varphi = \cos \varphi_0\cdot\sin\varphi - \sin\varphi_0\cdot\cos\varphi\cdot\sin (\lambda-\lambda_0)$$

немесе мынармен
$$\cos z = \cos\varphi\cdot\cos (\lambda-\lambda_0)$$
$$tg\ \alpha= ctg\ \varphi \cdot \sin (\lambda-\lambda_0)$$

мұнда φ_0 және λ_0 – **z** және **α** сфералық координаттар тұра жүйесінің Z_0-нің ендігі мен бойлығы;
φ және **λ** - картографиялық торы түйінді нүктелерінің географиялық координаттары.

Қисық және көлденең торларда меридиандар мен параллелдер қисық сызықтар болғандықтан, олардың салынуы картографиялық торы түйінді нүктелерінің тікбұрышты координаттары арқылы оңайлау:

$$x= \rho \cdot \cos\delta = \rho \cdot \cos\alpha$$
$$y= \rho \cdot \sin\delta = \rho \cdot \sin\alpha$$

Ары қарай перспективты проекциялардың жалпы жағдайына қарай **ρ**-нің мәнін табамыз (**суретті келтіру**, **Грауэр - 194**). Далее находим выражение **ρ** для общего случая перспективных проекций. QM_0O және **ZMO** үшбұрыштардың ұқсастығынан келесі теңдікті жазуға болады: $\rho/QM_0 = OZ/OQ$. Отсюда $\rho = OZ/OQ \cdot QM_0$ Мұнда **OZ, OQ** және QM_0 табамыз. Алдын-ала ескертетін жағдай - суреттік қашықтық **OZ**-ні бір **К** (**К= OZ**) әріппен, ал OC_0 –ні **Д** әріпімен белгілейміз, онда $OQ = Д + QC_0 = Д + R\cdot\cos\varphi$. Дәл сондай ақ $QM_0 = R \cdot \sin Z$.

Табылған мәндерді $\rho = OZ/OQ \cdot QM_0$ кіргізсек және басты масштабты **1** теңейтіп алсақ ($\mu_0 = 1$), табамыз: $\rho = К\cdot R\sin z / Д+R\cos z$. Демек, егер жер шарының радиусы **R**, ветикалды қашықтық **К,** көру орталығынан шар орталығына дейін қашықтық **Д,** зениттік қашықтық **z, M_0** нүктесінің **α** азимуты белгілі болса, онда мына формулалармен:

$$x = \rho \cdot \cos\delta = \rho \cdot \cos\alpha$$

$$y = \rho \cdot \sin\delta = \rho \cdot \sin\alpha$$ картадағы <u>**М** нүктесінің</u> тікбұрышты координаттарын есептеуге болады.

Глобустағы **M_0** нүктесінің орны – меридиандар мен параллелдердің қиылысу нүктелері - **φ** және **λ** географиялық координаттарымен беріледі, осыған байланысты алдын-ала **M_0** нүктесінің **φ** және λ географиялық координаттарынан сол **M_0** нүктенің **z** және **α** сфералық координаттарына, жоғарыда келтірілген сфералық тригонометрияның формулаларын қолдануымен көшу керек.

<u>Мына формулалар:</u>

$$(1) \qquad \cos z = \cos\varphi_0 \cdot \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos(\lambda-\lambda_0)$$

$$\sin z \cdot \cos\alpha = \cos\varphi_0 \cdot \sin\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos(\lambda-\lambda_0)$$

$$\sin z \cdot \sin\alpha = \cos\varphi_0 \cdot \sin\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \sin(\lambda-\lambda_0)$$

$$\rho = K \cdot R\sin z / Д + R\cos z.$$

$$(3) \qquad x = \rho \cdot \cos\delta = \rho \cdot \cos\alpha$$

$$y = \rho \cdot \sin\delta = \rho \cdot \sin\alpha$$

барлық перспективты проекцияларға ортақ болып табылады.

<u>Перспективты ортографиялық проекция</u>

Ортографиялық проекцияда көз қарау нүктесі шексіздікте жатыр, осы себеппен мұнда **Д=К** (себебі олар ∞ тең), ал шексіздіктен жер шарының әртүрлі нүктелеріне келетін сәулелер бір-біріне параллелді болады. Сурет жазығының орны бұл жағдайда бейне масштабына да, бейне сипатына да ешбір әсерлігін тигізбейді, осыған қарай сурет жазығы шардың орталығымен өтеді деп қабылдайды.

Барлық перспективты проекцияларға ортақ болып келетін формулалар бұл жағдайда келесі түрмен сипатталады: **$\rho = K / Д(1+R/Д)\cos z \cdot R \cdot \sin z$**, бірақ мұнда **Д = К** = ∞, осыған байланысты **Д**-ні және **К**-ні қысқартсақ, сонан кейін **Д** = ∞ теңейтсек, ал **R/Д=0,** табамыз:

$$\rho = R \cdot \sin z$$

$$x = R\,[\cos\varphi_0 \cdot \sin\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos(\lambda-\lambda_0)]$$

$$y = R \cdot \cos\varphi \cdot \sin(\lambda-\lambda_0)$$

$$(3) \qquad m = d\rho / R \cdot dz = \cos\varphi; \qquad n = \rho / R \cdot \sin z = 1$$

$$(4) \qquad p = m \cdot n = \cos z$$

$$(5) \qquad tg\,(45^0 + \omega/4) = \sqrt{\sec z}$$

<u>Перспективты стереографилық және орталық проекциялар</u>

Стереографиялық проекцияда көз қарасы шар бетінде жатыр (**K=2R, Д=R**). <u>Орталық перспективты проекцияда</u> (она басқаша гномонды проекция деп атайды) көз қарасы шардың ортасында орналасады. Картографиялық бетті шар бетіне жанама түрді алады, яғни **K=R, Д=0.** (**сурет Грауэр - 194**)

Орталық перспективты прпоекцияларда меридианы және барлық үлкен шеңберлер түзу сызықтармен бейнеленеді. Орталық проекциялардың бұл ерекшелігі оларды келесі жағдайларда қолдануын негіздейді:

1) жұлдыздар карталарын құрастыруында, себебі, картада қандай болмасын жұлдыздар арасындағы үлкен шеңберлер түзу сызықтармен бейнеленеді;

2) теңіз және әуе навигациялық карталарын құрастыруында, себебі, карта бетінде екі қандай болмасын нүктелер арасындағы ең қысқа аралықты түзу сызықпен көрсетуге болады.

Ортодромияларды (ең қысқа аралық сызығы) түзу сызықтармен көрсету ерекшелік ортодромиялық ерекшелігі деп аталады. Бұл ерекшелік басқа бейнелердің ерекшеліктерімен келіспейді, теңбұрыштық болсын, теңкөлемдік болсын.

Проекцияларды, бұраннан белгілі бір немесе бірнеше проекциялардың үйлестері немесе өзгерістері болып келсе, туынды проекциялар деп атайды. Оларға Д. А. Аитовтың проекциясын жатқызуға болады. Бұл проекция теңаралық азимуталды проекцияның торын өзгертуімен табылады (ашып көрсету).

Туынды проекцялар әдетте бастапқы проекциялардың ерекшеліктерін сақтамайды, бірақ бұл жағдайда, егер негізгі проекция теңкөлемді болса, онда туынды проекция да теңкөлемді болады, себебі ординаттардың екі есе рет өсуімен жазылған бойлықтар да екі есе рет өседі.

Қисық азимуталды проекциялар

Азимуталды проекциялардың қисық торларының салынуы тұйінді нүктелердің (меридиандар мен параллелдердің тұйілісу нүктелері) тікбұрышты координаттары арқылы келесі формулаларды қолдануымен жүргізіледі: $x = \rho \cdot \cos\delta = \rho \cdot \cos\alpha$; $y = \rho \cdot \sin\delta = \rho \cdot \sin\alpha$

Тікбұрыштық координаттар жүйесінің бастауы ретінде проекцияның **Z** орталық нүктесі (**z** және **α** сфералық координаттар дұрыс жүйесінің Z_0 полюсінің бейнесі) алынады, ал абцисса өсі ретінде - **Z** нүктесінен өтетін тіксызықты меридиан (басқа сөзбен айтқанда симметрия өсі). Тікбұрыштық координаттардың бастауы проекцияның орталық нүктесімен сәйкестеледі, осыған байланысты орталық нүктенің параллеліне жанама келетін сызықтан оңтүстікке қарай абциссалар теріс болып келеді. Практикада, картографиялық торды құрғанда, координаттардың бастауын карта жиегінің оңтүстік-батыс бұрышына көшіреді. Бұл үшін **P** - өстік меридианның батыс жиектен қашықтығы, **q** - орталық нүктенің оңтүстік жиектен қашықтығы алдын ала берілуі керек. Картаның оңтүстік-батыс бұрышында орналасқан координаттар бастауы **O**-ға келтірілген координаттар келесі формулалармен есептеледі: $x' = q \pm \rho \cdot \cos\alpha = q + x$; $y' = P \pm \rho \cdot \sin\alpha = P \pm y$

Сонымен азимуталды проекциялардың қарастыруын қортындылай отырып кейбір азимуталды проекциялардың ($\mu_0 = 1$ жағдайында) тұра (дұрыс) торлар параллеріінің **ρ** радиустерін _анықтау үшін қолданылатын формулалардың жалпы мәліметін келтіруге болады:

ортографиялық проекция үшін - $\rho_0 = R \cdot \sin z$

теңкөлемді проекция үшін (Ламберттің проекциясы) - $\rho_л = 2R \cdot \sin z/2$

теңаралық проекция үшін (Постельдің проекциясы) - $\rho_п = R \cdot arc\ z$

теңбұрыштық проекция үшін (стереографиялық) - $\rho_с = 2R \cdot tg\ z/2$

орталық проекция үшін - $\rho_ц = R \cdot tg\ z$

3 модуль. ЖАЛПЫ ГЕОГРАФИЯЛЫҚ ЖӘНЕ ТАҚЫРЫПТЫҚ КАРТАЛАРДЫҢ КАРТОГРАФИЯЛЫҚ ПРОЕКЦИЯЛАРЫ. КАРТОГРАФИЯЛЫҚ ТОРЛАРДЫҢ ӨЗГЕРУІ ЖӘНЕ АНЫҚТАЛУЫ

6 - лекция. Проекциялардың таңдауына әсер ететін факторлар. Дүниедүзілік және жартышарлар карталарын салуында қолданылатын негізгі проекциялар. (4 часа)

<u>Проекциялардың таңдауына әсер ететін факторлар.</u>

Жаңа картаны жасау процесінде проекцияның таңдауы құрамды бөлігі болып табылады. Бұл тиаңдауда қабылданған проекция жаңа картамен орындалатын міндеттердің максималды шешілуін қамтамасыз ету керек.

Қазіргі жағдайдағы геоақпаратты технологияларды қолдануында мамандандырылған коммерциялық картографиялық бағдарламалық пакеттер қолданылады. Бұл пакеттер жүздеген картпроекцияларды қамтиды. Осыған қарай таңдау міндеті жеңілденеді, яғни картаны құрастырушы берілген тізімнен бір проекцияны таңдап, оны жаңа картаны салуында қолданады.

Таңдауды белгілейтін факторларды үш топқа бөлуге болады:

<u>Бірінші топқа</u> картографиялаудың **объектін** сипаттайтын факторлар жатады:

объектің категориясы (планета, оның серіктесі, комета, астероид);

объект (Евразия материгі, Австралия материгі және с.с.)

объектің ерекшеліктері (геогр. орны, өлшемдері, шектес территорияларды бейнелеу маңыздылығы, пішіні, территорияның бағыттық орналасуы);

<u>Екінші топқа</u> **жасалынатын** картаны сипаттайтын факторлар жатады:

картаның мазмұны (жалпы географиялық, тақырыптық, арнайы);

картаның тақырыптығы және мамандандандырылуы (геофизикалық, геоморфологиялық, экологиялық және басқалар);

ерекшеліктері (қолдану аймағы, тұтушынылар тізімі, қолдану әдісі, ерекше қасиеттері, масштаб және басқалары)

<u>К третьей группе</u> относятся факторы, характеризующие **проекцию** создаваемой карты:

искажения в проекции (характер и величины искажений, распределение искажений и т.п.);

специфика изображения характерных географических элементов (полюсов, экватора, среднего меридиана и др.);

особенности (вид картографической сетки, условия ее симметрии и ортогональности, специфические свойства и др.).

Проекцияның таңдауы жоғарыда айтылған факторлар негізінде жасалынады. Әртүрлі факторлардың маңыздылығы әркелкі болады. Бірінші топтағы факторлар шартсыз, оларды өзгертуге болмайды. Және де олар геодезиялық негіздің параметрлерін анықтайды.

Екінші топтағы факторлар қойылған міндеттің шешілуімен тығыз байланысты. Оларды да өзгертуге болмайды.

Бірінші және екінші топтағы факторлар үшінші топтағы факторлардың маңыздылығы бағалауының негізі болып табылады. Үшінші топтағы факторларды белгілі деңгейде корректировка жасауға, реттілікке келтіруге және әркелкі салмақ беруге болады. Нәтижесінде олар берілген топтан қажетті (ізтестірген) проекцияны бөліп шығаруға көмегін береді. Бұл жерде айтып кету керек - бір қатар жағдайда жаңа карталарға қажетті проекциялардың таңдауына қалыптасқан дәстүрлер, нормативті құжаттар және бұрын жасалған жұмыстар ескеріледі. Мысалы, ТМД мемлекеттерінде барлық топографиялық және шолу-топографиялық карталар міндетті түрде Гаусс-Крюгердің проекциясында жасалынады. Тағы да мысал, 1:1 000 000 масштабтағы тақырыптық карталардың негізінде өзгертілген поликонустық проекцияда салынған миллиондық халықаралық картаның парақтары жатыр. Сол сияқты, масштабы 1:2 500 000 Қазақстанның тақырыптық карталары аталған масштабтағы жалпыгеографиялық картаның негізінде салынады, яғни теңаралық конустық және азимуталды проекциялары қолданылады. Қазақстанның карталары әдетте теңкөлемді және теңаралық конустық проекцияларда салынады. Бұл дәстүр әлі күнге дейін сақталынуда. Карты Казахстана составляли, как правило, в равноугольных или равнопромежуточных конических проекциях.

Дүниежүзі және жартышарлар карталардың салынуында қолданылатын негізгі проекциялар

I. Дүниежүзі карталардың проекциялары. Тақырыбына байланысты дүниежүзі карталарында көрсететіндер:

Бүкіл ғаламшар;

Құрлық және оның мұхитпен өзара байланыстары;

Ойкумена (ең шеткі солтүстік және оңтүстік аймақтардан басқасы).

Дүниежүзі карталар проекцияларына қойылатын негізгі талап – ол барлық жер беті бейнесінің көрнектілігі және нақтылығы. Әрине, бұл жағдайда бұрмалану мөлшері өте жоғары, бірақ онсыз болмайды.

Басым жағдайда дүниежүзі карталардың салынуында келесі проекциялар қолданылады:

А. - цилиндрлі проекциялар

Б. - псевдо- немесе жалғанцилиндлі поекциялар

В. - поликонустық проекциялар

Г. - азимуталды және кейбір тұынды проекциялар

А. Дүниежүзі карталардың тура цилиндрлі проекциялары. Олардың ішінен ең көп қолданылатын:

- Меркатордың проекциясы
- Еркін цилиндрлі проекциялар (Миллердің тұынды проекциясы, Голлдың перспективті цилиндрлі проекциясы, Урмаевтың тұынды проекциясы квадратты-цилиндрлі проекция)
- Теңкөлемді цилиндрлі проекциялар (Ламберттік, Дж.Голлдікі, А.Питерстікі)

Б. Дүниежүзі карталардың псевдо- немесе жалғанцилиндрлі проекциялары. Бұл проекциялардың саны өте көп, бірақ олардың ішінен қолданылатын таңдаулы проекциялар, олар:

- Мольвейденің теңкөлемді псевдоцилиндрлі проекциясы
- Робинсонның еркін псевдоцилиндрлі проекциясы
- Урмаевтың синусоидтық псевдоцилиндрлі проекциясы
- Каврайскийдің синусоидтық псевдоцилиндрлі проекциясы
- Каврайскийдің эллипті псевдоцилиндрлі проекциясы
- Гинзбургтың псевдоцилиндрлі проекциясы

Дүниежүзі карталардың поликонустық проекциялары. Бұл проекциялардың өте маңызды және де ең көп қолданылатын топқа жатады:

- Лагранждың теңбұрышты проекциясы
- ЦНИИГАиК - тың поликонустық проекциясы (1939-1949жж.)
- ЦНИИГАиК - тың поликонустық проекциясы (1950ж.)
- ЦНИИГАиК - тың поликонустық проекциясы (БСЭ, немесе ҮКЭ-нің варианты)
- ЦНИИГАиК - тың поликонустық проекциясы (1954ж.)

Г. Дүниежүзі карталардың азимуталды, псевдоазимуталды және полицилиндрлі проекциялары.

- Азимуталды теңаралық проекциялар

- Гинзбургтың псевдоазимуталды проекциясы
- Райздың проекциясы

II. Жартышарлар карталарының проекциялары. Жартышарлар карталар Батыс, Шығыс, Солтүстік және Оңтүстік, құрлықтық және мұхиттік жартышарлар карталары болып бөлінеді. Жартышарлардың пішіні, дөңгелек объектілер ретінде, тек бір топқа жататын проекциялардың қолдануын негіздейді – азимуталды (бұрмалануына қарамастан).

Жердің және басқа ғарыштық денелердің карта бетінде сфера тәріздiлігін көрсету үшін көп жағдайда ортографиялық азимуталды проекцияны қолданады.

Азимуталды проекцияларда изоколдар, орталықтары картаның орталығында орналасқан, концентрлі шеңберлер болып келеді. Тура азимуталды проекцияларда (Сол.. және Оңт. жартышарларында) олар праллелдермен сәйкестеледі, ал қисық және көлденең проекцияларда - альмукантарааталармен (шартты параллелдермен).

Практикалық қолданыста әдетте жанасу бетті қолданады. Бұл жағдайда картаның орталық нүктесінде бұрмаланулар жоқ, бірақ одан алыстанған сайын бұрмалану мөлшерлері өседі. .

Батыс және Шығыс жартышарлар проекциялары.

Глобулярлы проекциялар (XVII ғасырға дейін – Бируни, Бэкон, Ариана)

Теңбұрышты (стереографиялық) көлденең азимуталды проекция (XVIII ғасырдан бастап)

Теңкөлемді көлденең азимуталды проекция (Қолдану себебі: - дәстүр; - бұл проекцияда салынған құрлықтар мен олардың бөліктерін бір-бірімен және мұхиттармен салыстыру өте ыңғайлы; - көп карталарда аудандардың бұрмалануын жібермеуге тырысады)

Теңаралық және оларға жақын азимуталды проекциялар (олардың ішінде зениттік қашықтықтың өсуі 90^0-тан 100^0 дейін проекция).

Солтүстік және Оңтүстік жартышарлар проекциялары.

Жартышарлар карталарын әдетте тура теңаралық азимуталды проекцияда салады. Сонымен бірге бұл проекция солтүстік және оңтүстік жұлдызды жартышарлар карталарын, басқа ғаламшар және олардың серіктестер жартышарларының карталарын салуында қолданылады.

Тура теңаралық проекцияда полюстерде бұрмаланулар жоқ. Жеке масштаб меридианда бойында 1 тең. Параллель бойында жеке масштаб 1,0-ден 1,571-ге дейін (экваторда) өзгереді. Жартышарлар экватормен шектеледі. Бұрыштардың максималды бұрмалануы экваторда байқалады және де 26^0 жақындайды.

Құрылықтық және мұхиттық жартышарлар проекциялары.

Бұл карталар әдетте қисық теңкөлемді азимуталды проекцияда салынады. Құрылықтық жартышар орталық нүктесі Францияның оңтүсітк-батысында орналасады, ал мұхиттық жартышардың орталық нүктесі – Жаңа Зеландия аралы маңында.

Жартышарлардың сфералық тәріздiлігін көрсететін проекциялар.

Бұл жағдайда жиі азимуталды ортографиялық проекция қолданылады. Карта бетінде ғаламшарлар бейнесі бақылаушы алыстан қарағандай болып келеді. Бұл проекцияның айтарлықтай бір кемшілігі – ол барлық бұрмаланулардың үлкен мәндері.

Ғарыштық фототүсірімнің дамуы перспективті сыртқы азимуталды проекциялардың қолдануын туындатты, себебі олардың геометриялық салынуы ғарыштық суреттердің түсірім ережелеріне ұқсас. Фототүсірімнің қашықтығы өскен сайын перспективті сыртқы азимуталды ортографиялық проекцияға жақындай түседі. Бұрмалану көрсеткіштеріне қарай бұл проекция ортографиялық проекцияға жақын, соған байланысты кемшіліктері де бірдей.

7 - лекция. Проекциялардың таңдауына әсер ететін факторлар. Континенттер, мемлекеттер және жеке аймақтардың карталардың салуында қолданылатын негізгі проекциялар. (4 сағат)

Материктер және олардың бөліктері карталары басым жағдайда классикалық азимуталды проекцияларда салынады. Басқа проекциялар сирек қолданылады. Проекциялар таңдауында ең шеткі изокодар картаға түсетін территориялардың бейнесіне сәйкесті болуын қадағалайды.

Материктер мен олардың бөліктері карталарының азимуталды проекциялары:

Материктер мен дүниежүзі бөліктерінің жағалау сызықтары өте күрделі болып келеді, оларды жалпылап геометриялық (дөңгелек, созыңқы-цилиндрлі немесе созыңқы-конустық) фигураларға келтіруге болады.

Материктердің көптеген карталарының проекциялары физикалық-географиялық объектілердің аудандар өлшемдерін (материктер аудандарын, жеке аймақтар аудандарын жеке құбылыстардың таралу ареалдарын, т.с.с.) бағалауға мүмкіндікке ие болу керек.

Осы айтылғанға байланысты көбінесе теңкөлемді азимуталды (тура, қисық, көлденең), азырақ теңаралық азимуталды (тура, қисық, көлденең) проекциялар қолданылады. Бұның себебі теңкөлемді азимуталды проекцияларда салынған карталарда бұрмаланулар өлшемі аздау болып келеді.

Материктер мен олардың бөліктері карталарының конустық проекциялары:

Материк немесе дүниежүзі бөлігінің пішініне қарай Каврайскийдің тура теңбұрышты (мысалы, Европа мен Австралияның бейнелеуінде) және тура теңаралық конустық проекциялар қолданылуы мүмкін.

Конустық проекцияның параметрлері жербетінің түсетін конус пішінін белгілейді. Полюске жақындау орналасқан территорияларда қолданылатын конус жалпақ болып келеді, ал полюстің өзінде конус жазыққа айналады. Экваторға жақындаған сайын конус созылады, экватордың өзінде цилиндрге айналады. Белгілі бір территорияға байланысты конустың таңдауы картаның ортасымен өтетін параллелімен конус жанасу керек. Жанасу параллелі басты параллель болып келеді және оның бойында бұрмаланулар жоқ. Одан оңтүстік пен солтүстікке қарай бұрмаланулар өседі. Сол себеппен теңаралық конустық проекцияларда карта бетіндегі шеткі оңтүстік және солтүстік бөліктері карта масштабынан үлкенірек түседі.

Кейбір жағдайда жер шарын қиып өтетін конусты алуға болады, бұл жағдайда екі қима параллелдері пайда болады. Олардың бойында бұрмаланулар жоқ. Олардан картаның ортаңғы болігіне қарай бұрмаланулар минус белгісімен өзгереді, ал солтүстік параллелден солтүстікке, оңтүстік параллелден оңтүстікке қарай бұрмаланулар плюс белгісімен өзгереді. Басқа сөзбен басты параллелдердің таңдауы карта бетінде пайда болатын бұрмалануларды минималды денгейге түсіруімен негізделеді. Басты параллелдер ендіктер диапазонын үш болікке болу керек және де шеткі параллелдерден бұл диапазонның 1/5-1/6 бөлігіне тең қашықтықпен өту керек. Мысалы, Европа карталарына Каврайский проекциясында басты және шеткі параллелдердің ендіктері:

басты оңтүстік параллель – $40,5^0$ о.е., басты солтүстік параллель - $65,6^0$ с.е.
шеткі оңтүстік параллель – 35^0 о.е., шеткі солтүстік параллель - 70^0 с.е.

Материктер мен олардың бөліктері карталарының псевдоазимуталды және поликонустық проекциялары.

Псевдоазимуталды проекциялар, олардың изоколдары меридиандар бойымен созылған овалды (эллипске ұқсас) түрде болғандықтан, Оңтүстік және Солтүстік Америка карталарын салуында қолданылады.

Псевдоазимуталды және поликонустық проекциялардың ішінде қолданылатындар:

Гинзбургтың қисық псевдоазимуталды проекциясы (полярлық жүйесінің полюсі координаттары: $\varphi_0=15^0$, $\lambda_0= -80^0$.

ЦНИИГАиК-ның еркін поликонустық проекциясы (вар. 100) (Евразия мен Европа карталарына арналған)

ЦНИИГАиК-ның еркін поликонустық проекциясы (вар. 91) (Евразия карталарына арналған)

ЦНИИГАиК-ның еркін поликонустық проекциясы (вар. 92) (Евразия карталарына арналған)

ЦНИИГАиК-ның еркін поликонустық проекциясы (вар. 92) (екі Америка карталарына арналған).

Материктердің ірі бөліктерінің карталар проекциялары.

Неғұрлым территория кіші болса, соғұрлым оған проекцияны таңдау оңай болады.

Материктерді ірі бөліктеріне арналған карталары басым жағдайда азимуталды, конустық және цилиндрлі проекцияларда салынады.

Оңтүстік-Шығыс Азия карталарына жанасу және қиятын жазықтарда салынған қисық теңаралық азимуталды проекциялар қолданылады.

Мексика мен Орталық Америка карталарына Каврайскийдің тура теңбұрышты конустық проекциясы қолданылады (қима параллелдері $8{,}5^0$ и $27{,}5^0$ с.е. тең қима конус алынады).

Жердің экваториалдық белдемі карталарына көбінесе Меркатордың теңбұрышты цилиндрлі проекциясы қолданылады. Экваторға симметриялық болып келетін (солтүстікке және оңтүстікке қарай 15^0 дейін) басты параллелдердің ендіктерін келесі формуламен есептеп шығаруға болалды: $\varphi_0= \pm 0{,}58\varphi_{\text{шеткі.}}$

Солтүстік, Орталық және Оңтүстік Америка карталары Меркатордың қисық теңбұрышты проекциясында салыныу мүмкін (полюс координаттары: жанасу цилиндр жағдайында $\varphi_0=15^0$, $\lambda_0= - 95^0$ тең, ал қима цилиндр жағдайында басты шартты параллелдердің ендіктері шартты экватордан $\pm 10^0$ алынады).

Қазақстан карталарының проекциялары

Қазақстан территориясының пішіні, оның бойлық созылуы Ресей Федерациясына ұқсас болып келеді, соған байланысты проекциялардың таңдауында РФ территориясын салуында қолданылатын проекциялар бізде де қолданылуы мүмкін.

Қазақстан және оның жеке аймақтарының карталары басым жағдайда тура конустық проекцияларда салынады. Ең жиі қолданылатын проекциялар - тура теңаралық конустық проекциялар, сирек тура теңбұрышты, ал соңғы жылдары электронды карталардың салынуында тура теңкөлемді конустық проекциялар қолданылады.

Қазақстан карталары әртүрлі жағдайларда қолданылады, оның ішінде картометриялық мақсатпен де. Осыған байланысты бұрмаланулар көлемі аздау болуы керек. Ол шартты сақтау үшін Қазақстан және оның аймақтары карталарын салуында үлкен көңіл басты параллелдер ендіктерінің талдауына бөлінеді.

Ал жоғарыда аталған проекцияларды біз қарастырып кеттік. Формулалар параметрлері басты параллелдердің таңдауына байланысты болып келеді.

8 – лекция. Преобразование проекций в связи с использованием космических снимков. Распознавание картографических проекций. (2 часа)

Преобразования, или трансформирование, изображений производятся, когда новая карта создается по картографическим источникам, составленными в других, нежели составляемая карта, проекциях. Пробразования, т.е. перенос изображений из одной проекции в другую, могут осуществляться и для иных целей, например, для картометрических работ, повышения наглядности или информативности изображений и т.п.

При геоинформационном картографировании упомянутые преобразования выполняются аналитическим путем. Существуют два варианта таких преобразований:

- вычисления выполняются по известным уравнениям и параметрам преобразуемых проекций;
- используется некий набор математических моделеей, аппроксимирующих уравнения взаимосвязи проекций.

Рассмотрим только первый путь, который является наиболее строгим и точным. Для его выполнения должны быть известны уравнения и параметры как проекций картографических источников, так и проекции создаваемой карты. Процесс трансформации складывается из нескольких этапов:

- Перевод исходных источников из аналоговой формы (карты, снимка) в цифровую, например, цифрованием карты с помощью цифрователей или сканированием изображений с последующим цифрованием.
- Пересчет координат точек картографического материала из координатной системы цифрового изображения в координатную систему картографической проекции.
- Вычисление по прямоугольным координатам, известным уравнениям и параметрам проекции широт и долгот всех точек преобразуемого изображения.
- Вычисление по широтам и долготам прямоугольных координат в проекции составляемой карты и воспроизведение преобразованного картографического изображения.
- Корректура и оценка качества трансформированных изображений.

Цифровой мактериал может быть представлен как в растровом формате, так и в векторном.

Распознавание картографических проекций.

Пользователю картографической продукции важно знать проекцию, чтобы иметь представление о свойствах и возможностях использования интересующей его карты. Составителям эти сведения еще более необходимы, чтобы судить о возможности ее применения в качестве исходного картографического материала при создании новой карты.

Определить картографическую проекцию – это в современных условиях означает выяснить элементы и параметры ее математической и геодезической основ. Для геоинформационного картографирования недостаточно установить название проекции, мало знать о ее принадлежности к определенной группе или классу. Для качественного перевода изображения карты в цифровую форму и для осуществления обработки и пребразования данных важно также располагать уравнениями проекции, параметрами этих уравнений, а также параметрами использованной геодезической основы.

Пути распознавания проекции:

Знакомство с данными о проекции на полях карты или с прилагаемой к ней документации. В условиях геоинформационных технологий эта информация должна входить в состав метаданных или включаться в **паспорт** карты.

Изучение особенностей ее картографической сетки (вида меридианов и параллелей, величины углов пересечения координатных линий, изменения длин дуг меридианов с широтой и изменения длин дуг параллелей с долготой, наличие и положение и характер среднего меридиана). Этот путь наиболее эффективен для распознавания проекций карт большого территориального охвата. На основе всех выявленных особенностей можно составить специальную таблицу.

Определение по карте частных масштабов длин, площадей, углов и по ним определить класс проекции по видам картографических искажений.

Изучение литературных источников - учебников, учебных и учебно-справочных пособий, научных статей, монографий, атласов для выбора картографических проекций.

Картографические проекции и картометрия.

Методы картометрии позволяют измерять по картам длины между точками, а также длины ломаных и извилистых кривых линий. На основе этих измерений по картам определяют прямоугольные и географические координаты, расстояния между пунктами, протяженность дорог, рек, берегов, различных границ и т.д.

Измеряют также площади участков суши и акваторий, ограниченные замкнутым контуром, азимуты направлений и углы между ними, объемы водных, горных и иных массивов, определены вертикальные углы и ряд других задач. (Многие приемы измерений по картам обобщены в фундаментальной работе Н. М. Волкова «Методы и принципы картометрии»). В настоящее время развитие получила динамическая картометрия.

Все эти измерения выполняются в плоскости картографической проекции, поэтому результаты измерений подвержены искажениям, вносимым проекциями. На них накладываются возможные деформации бумажной или иной основы карты и другие искажения.

Современная картометрия основывается на цифровых данных, цифровых моделях местности (ЦММ) и компьютерных технологиях. Существенное место среди компьютерных карт занимают электронные карты на экранах компьютеров. Современную картометрию можно назвать компьютерной картометрией.

Современные технические возможности геоинформационного картографирования допускают гибкий подход к выбору и применению картографических проекций в целях выполнения измерений по картам.

9 – лекция. Математикалық модельдеу. Математикалық талдау амалдары. Аппроксимация.

Формализованное картографическое изображение хорошо приспособлено для математического анализа. Каждой точке карты с координатами x и y поставлено в соответствие лишь одно значение картографируемого параметра z, это позволяет изображение данного явления как функцию $z = F(x, y)$. В других случаях картографическое изображение удобно представить как поле случайных величин и воспользоваться для его анализа вероятно-статистическими методами.

Достаточно прочно в картографический анализ вошли некоторые разделы численного анализа, многомерной статистики, теории вероятностей и теории информации.

Аппроксимация. Под ней в математике понимают приближение (замену) сложных известных функций другими, более простыми, свойства которых известны. Существуют разные способы аппроксимации. Это обычные алгебраические многочлены, которые определенным образом упрощают вычисления, сплайн-функции и др. Во всех случаях задача сводится к тому, чтобы аппроксимирующее уравнение наилучшим образом описывало исходную поверхность, а сумма квадратов отклонений была бы минимальной. Например, рассмотренные нами формулы картографических проекций

Приемы математической статистики. Эта группа приемов математико-картографического моделирования предназначена для изучения по картам пространственных и временных статистических совокупностей и образуемых ими статистических поверхностей.

Статистический анализ картографического изображения проследует главным образом три цели:

- Изучение характеристик и функций распределения явления;
- Изучение формы и тесноты связей между явлениями;
- Оценка степени влияния отдельных факторов на изучаемое явление и выделение ведущих факторов.

Приемы теории информации. Эти приемы используют для оценки степени однородности и взаимного соответствия явлений, изучаемых по картам.

В данном случае используется основная функция теории информации – энтропия.

ИНФОРМАЦИЯ И ЭНТРОПИЯ

Обсуждая понятие информация, невозможно не затронуть другое смежное понятие – энтропия. Впервые понятия энтропия и информация связал К.Шеннон в 1948 [299]. С его подачи энтропия стала использоваться как мера полезной информации в процессах передачи сигналов по проводам. Следует подчеркнуть, что под информацией Шеннон понимал сигналы нужные, полезные для получателя. Неполезные сигналы, с точки зрения Шеннона, это шум, помехи. К.Шеннон и его последователи стояли на позициях функционалистов (см. раздел 2.1). Если сигнал на выходе канала связи является точной копией сигнала на входе то, с точки зрения теории информации, это означает отсутствие энтропии.

Дүние танудың, оның ішінде географиялық кеңістікті танудың ғылыми әдісінің құрамды бөлігі – ол математикалық әдістер. Қазіргі география мен картография географиялық кеңістіктің объектілері мен құбылыстарды көрсетіп сипаттауымен бірге, олардың өзара байланыса дамуын болжамдауға және олардың өзгеруін басқару мүмкіншілік беруі керек. Бұл міндеттің шешілуі формальді модельдеусіз, яғни математикалыкт аппарат көмегімен абстракты модельдерді құруысыз мүмкін емес. Формальды модельдердің басты мақсаты –ішкі компоненттері мен сыртқы факторлардың өзгеруіне байланысты олардың жағдайын (тәртібін) зерттеу шарты. Бұл мақсатты шешпей ғылымнан практика күтетіндей орташа- және ұзақ мерзімді болжамдарды жасауға мүмкіндік жоқ.

География мен картографияның математизациялау үдерісіне **элементарлы математикалық статистика** оп-оңай кірді. Матстатисканың кеңімен қолдануының негізгі себептері:

- Корреляциялық, регрессиялық, дисперсті талдаудың аппараты орта мектептің белгілі математикалық базасына сүенеді;
- Геожүйелер мен оның бөліктерінің дәстүрлі сипаттамаларын кестелерге келтіруге болады, ал олардың кең материалдарын статистикалық талдаудың көмегімен жинақтауға болады;
- Географиялық объектілердің құрылымдары мен жағдайларын, олардың даму үдерісін белгілейтін факторлардың аралық байланыстарының талдауы көп жағдайда (бірақ барлық жағдайда емес!) корреляциялардың анықтауына тіреледі.

Математикалық статистиканың пәні мен міндеттері. Матстатискамен зерттеленетін объектілер мен құбылыстар жеке элементтер мен фактілердің көптіліктерінен тұрады. Ішкі белгілері ерекшеленетін көптіліктер ***статистикалық бірлестіктерді*** құрайды: бедер пішіндерінің бірлестіктері, еңітіктердің бірлестіктері, ауа райыларының бірлестіктері, топырақтардың бірлестіктері, жауын-шашындардың бірлестіктері, ландшафтардың бірлестіктері, тұрғындардың бірлестіктері, мекемелердің бірлестіктері, өсімдіктердің бірлестіктері, пайдалы қазбалардың бірлестіктері, жануарлардың бірлестіктері және көптеген с.с. *Осы сияқты бірлестіктер математикалық статистиканың пәні болып табылады.* Статистикалық сараптама өз белгілерімен ерекшеленетін жеке бірліктердің талдауынан басталады. Осыған байланысты, статистика ең алдымен барлық бірлестікке ортақ белгінің өлшемін немесе ***барлық бірлестікке ортақ қорытындыны*** табуға тырысады. **Мысалы**: 1) орманды-дала ландшафтардың бірлестігін зерттей отырып орманды учаскілернің жалпы ауданын анықтау қажет; 2) енбек ресурстарына қарай ауылдық елді мекендердің бірлестігін зерттей отырып енбек ресурстарының қортынды санын анықтау қажет. **Қортынды көрсеткіштерді табу –** ол матстатистиканың көптеген міндеттерінің бірі. Оның өте маңызды бір міндеті – статистикалық көрсеткіштер мен арнайы әдістер көмегімен шешілетін **статистикалық заңдылықтарды анықтау.** Статистикалық бірбестіктерді табу үшін жаппай бақылауға жүгінеді (тіркеулер, сұраулар және т.с.с.). Жинақталған материал сапалық - біртекті топтарға біріктіреді, солардың негізінде әртүрлі қортынды көрсеткіштер есептеледі. *Статистика санды мәліметтермен ісін асырады, олардың қалыптасуы себептермен негізделеді. Себептердің өздері маңыздыларына және кездейсоқтарына бөлінеді.* Осыдан статистиканың **екінші маңызды міндеті шығады – кездейсоқтан алыстау және маңыздысын немесе заңдылықты анықтау.** Бұл заңдылықтар «көп сандар заңы» әрекетімен байланысты, яғни бақылау сандары өскен сайын (бірлестіктің өсуі) кездейсоқ себептердің әсері әлсізденіп, тіпті бірлестіктер жинағында «сөнуі» мүмкін.

Стаистика өз қортындыларын кездейсоқ бірліктердің көп санына негіздегеннен кейін, ол ықтималдылық теориясымен (кездейсоқ құбылыстар заңдары) байланысуға мәжбүр болады.

Абсолютті, салыстырмалы және орташа көрсеткіштер:

1. Абсолютты көрсеткіштер. Жиынтықтар мен кестелердің статистикалық мәліметтері жалпы бірлестікті немесе оның бөліктерін сипаттайды. Мұндай көрсеткіштерді статистикада жалпыданған деп атайды. Олар абсолютті, салыстырмалы және орташа болып келеді. **Абсолютті өлшемдер жалпыланған көрсеткіштер ретінде** бастапқы статматериалдың қосылуымен немесе басқа көрсеткіштер негізінде есептеу арқылы табады (мысалы, халқтың жалпы саны ішінде еркектердің абсолюттік саны және т.с.с.). Абс. көрсеткіштер - *атаулы* сандар (*натуралды немесе ақшаалай*). Сонымен бірге олардың өлшеуінде шартты натуралды бірліктер де қолдануы мүмкін (мысалы, шартты отын). Абсолютті өлшемдер өте маңызды, бірақ олармен статистикада шектелмейді. Ғылыми талдауда заңдылықтарды анықтау өте маңызды, сол себеппен абсолютті көрсеткіштерді өзара салыстыра отырып салыстырмалы және орташа мәндерді есептейді. Мысалы, туу туралы мәнді тек қана жаңа дүниеге келген нәрестелер санымен алмайды (абсолюттік көрсеткіш), мұнда туу туралы мәнді нәрестелер санын тұрғындардың белгілі санына (тәртіп бойынша 1000 тұрғындарға) салыстыруымен белгілейді. Немесе мынандай мысал, ылғалдану деңгейі туралы тек қана жауын-шашын санымен айтуға болмайды, мұнда оларды температураңа қарай бұландыру өлшемімен салыстыру қажет.

2. Салыстырмалы көрсеткіштер. Салыстырмалы өлшемдер көрсеткіштерді салыстыру нәтижесінде табылады. Салыстыру негізге қарай олардың 3 түрін бөледі:

- *коэффициент түрінде* – салыстыру негізіне бір алынады;
- *пайыз* (%) – салыстыру негізіне 100 алынады;

- *промилле* ($^0/_{00}$) – салыстыру негізіне 1000 алынады.

Салыстырмалы көрсеткіштің таңдауы өзара салыстыратын сандардың көлеміне байланысты және де оған *айтарлықтай көрнекілік* беруіне байланысты. *Мысалы, егер салыстырып отырған сандар өзара айырмашылықтары аз болса, онда салыстырмалы көрсеткіш ретінде коэффициетті немесе пайызды таңдай дұрыс болады (мысалы, жеке масштабтың ауытқу көрсеткішін жеке масштабты басты масштабпен салыстыруын коэффициентпен белгілегені дұрыс болады; ал еңбек ресурстар саны ішінде еркектер көрсеткішін пайызбен тапқан дұрыстау болады). Егер салыстыратын сан салыстыру негізінен айтарлықтай алшақ болса, онда промиллені қолданған дұрыстау (мысалы, туу көрсеткіші, өлім көрсеткіші, сұдың тұздылығы және т.с.с.).* Салыстырмалы көрсеткіштердің басым бөлігі атаусыз сандармен белгілейді. Сирек жағдайда атаулары әртүрлі сандар салыстырып жатса, онда салыстырмалы көрсеткіш атаулы болуы мүмкін. Мысалы, халық тығыздығы (2-4 адам/км^2 – бұл біздің Қазақстан көрсеткіші).

Салыстырмалы көрсеткіштер түрлері мен бірге қалай есептеледі және қандай міндетті шешу үшін қоданылады екен дегеніне қарай ерекшеленеді. Осыған қарай олар төменгілерге бөлінеді:

а) динамиканың салыстырмалы сандары;
б) жоспарлық тапсырманың салыстырмалы сандары;
в) құрылымның (немесе бөлігінің) салыстырмалы сандары;
г) қарқындылықтың салыстырмалы сандары;
д) координациялықтың салыстырмалы сандары;
е) салыстырудың салыстырмалы сандары.

Относительные величины динамики. Рассчитываются как отношение уровней определенного показателя, относящихся к разным периодам, т.е. они характеризуют изменение явления во времени. Относительные величины динамики называют также темпамит роста (снижения).

Относительные величины планового задания. Характеризуют отношение планируемого уровня к фактически достигнутому уровню того периода, по сравнению с которым намечается увеличение или уменьшение показателя.

Относительные величины структуры рассчитываются путем деления численности единиц (или объема явления) в отдельных частях совокупности на общую численность единиц (или объема явления) совокупности. Другими словами, они характеризуют отношение части к целому, или определяют долю отдельных составных частей в совокупности (выражаются простым кратным отношением или в процентах).

Относительные величины интенсивности характеризуют степень распространенности или развития того или иного явления в определенной среде. Они могут быть получены и как отношение части к целому, и как отношение разноименных величин определенным образом взаимосвязанных.

Относительные величины координации характеризуют соотношение между частями одного целого (например6 соотношение поливных и богарных земель в общей площади пахотных земель; соотношение городского и сельского населения в общей численности населения). При помощи данного вида относительных величин легко вести наблюдение за соотношением отдельных составных частей в той или иной совокупности и при необходимости регулировать желаемые пропорции.

3. Орташа көрсеткіштер – СТАНДАРТТЫ АУЫТҚУ, ОРТАША, МОДА ЖӘНЕ МЕДИАНА.

Орташа арифметикалық сан мәліметтердің таңдаған бірлестігі үшін (x_1, x_2, x_3, …, x_n) келесі формуламен анықталады:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i$$

Бұл жерже ескертетін бір жағдай бар. Жалпы бірлестік үшін *нақты* орташа мәнді (μ) табу өте сирек кездесетін жағдай, соған байланысты орташа арифметикалық сан *нақты орташа мәннен* айырмашылықтанып отырады. Мәліметтер таңдауының ***модасы*** – ол бірлестіктің ішінде жиі кездесетін ауыспалының санды мәні немесе мәндерінің тобы (мысалы, 1-1,9). Мода таралу жиілығы қисықтың максимуміне сәйкес болып келеді (*мысал келтіру*). Кейбір таралуларда екі немесе одан көп «шыңдардың» кездесуіне қарай оларды (тарауларды) *бимодальды* және *полимодальды деп атайды.* ***Медиана*** – ол сандардың реттелген тізбегінің x_1, $x_{2.}$, $x_{3,}$ …$x_{n.}$ ортаңғы мүшесін белгілейтін термин. Нақты айтқанда: егер барлық x_i реттелген болса, онда ***n*** тақ сан болған жағдайда медиана былай табылады: m= $x_{(n+1)/2}$, ал егер ***n*** жұп сан болса онда медиана былай есептеленеді: $m=1/2(x_{n/2} + x_{(n+2)/2})$.

Мысал ретінде 21 мәндерден тұратын жиынтықты алайық:

7,5,3,6,9,4,2,4, 11,13,5,4,3,3,4,6,4,8,10,12,1. Жиынтықтың орташа арифметикалық мәні **5,91** тең болады**.**

Енді барлық сандарды өсу ретімен жазайық. 1,2,3,3,3,4,4,4,4,4,5,5,6,6,**7**,8,9,10,11,12,13. Табылған қатарда ең көп қайталанатын мән **4** саны. Оны **мода** дейміз. Егер таралу жиілығын график түрінде көрсетсек, онда моданың орташа арифметикалық мәннен сол жақта орналасқанын байқаймыз. Мұндай жағдайда таралудың *оң ассиметриясын* байқаймыз. Ал егер мода орташа арифметикалық мәннің оң жағында жатса, онда таралу *теріс ассиметриялы* болып келеді дейміз.

Орташа арифметикалық мәннің тағы бір өте маңызды қасиеті – ол орташадан ауытқулар

қосындысы $(\bar{x} - x_1)+(\bar{x} - x_2)+ \ldots +\ldots(\bar{x} - x_n)$ берге теңеледі.

Егер орташадан әрбір ауытқуды квадрат дәрежесіне көтерсек, содан соң оларды қоссақ, онда табылған қосынды, орташа мәннен басқа ауыспалыны алсақ оның орташадан ауытқулырының квадратты қосындысынан төмен болып келеді. Осы айтылған статистикалық бірлестіктің өте маңызды қасиеті. Орташадан ауытқулардың квадрат дәрежесіндегі қосындысын жиынтықтың өлшеміне (***n***) бөлсек, онда біз ***дисперсияны*** **(σ²)** табамыз. Дисперсия мәліметтердің орташа арифметикалық көрсеткіш маңында тарқалу көрсеткіші болып табылады. Біздің мысалда дисперсия 13,7 тең, яғни дисперсияның орташа мәннен тарқалуы кең маңайды алып жатыр. Егер 3,4,4,4,3 жиынтықты алсақ, онда бұл қатарға орташа арифметикалық көрсеткіш 3,6 теңеледі, ал дисперсия тек қана 0,24 құрайды. 3,3,3,3,3 жиынтықта орташа мән 3,0 тең, ал дисперсия 0 тең.

Стандартты ауытқу дегеніміз **(σ)** дисперсиядан шығатын квадраттың түбірі, яғни:

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{1/n} \sum_{i=1}^{i=n} (\bar{x} - x_i)^2}$$

КОРРЕЛЯЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІ

Корреляция коэффициенті екі ауыспалылардың арасындағы өзара байланыстың дәрежесін бағалауға мүмкіншілік береді. Толық тура корреляцияда, *у* ауыспалының өсуі *х* ауыспалының өсуіне дәл сәйкесті болса, онда корреляция коэффициенті +1 тең болып келеді. Толық теріс корреляцияда *у* ауыспалының өсуі *х* ауыспалының төмендеуіне тең болса, онда корреляция коэффициенті -1 тең болып келеді. Егер осы жағдайдағы *х* және *у* мәндерін графикте көрсетсек, онда барлық нүктелер түзу сызық бойында жатады. Тек қана сызықтың еңістігі өзгеріп отырады – жоғары немесе төмен. *x* и *y* арасындағы корреляция азайса, онда графикте нүктелердің таралуы өседі. Ал енді нүктелердің таралуы өзара жақындамай мүлдем басқаша болса, онда корреляция коэффициенты нөлге жақындай береді.

Статистикалық сраптамада мәліметтердің екі қатар арасындағы байланыстарды бағалауында **корреляцияның екі коэффициенті** қолданылады. **Біріншісі мәліметтердің рангтарға бөлінген жағдайында келесі формуламен анықталады:**

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{i=n} d_i^2}{n^3 - n}$$

мұнда $d_i = (\bar{x} - x_i) - (\bar{y} - y_i) = y_i - x_i$, себебі $\bar{x}$ *и* $\bar{y}$ рангтары тең.

Көрсеткіш *r* ***Спирманның рангті корреляциясының коэффициенті*** деп аталады. Зерттеушілердің ойынша, бұл екі бірлестіктің сәйкесті өзгеруінің өлшемі өте күшті және бағалы деп санауға болмайды. Одан гөрі **төменде келтірілген корреляция коэффициенті** құнды және пайдалы болмақ:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)}{n\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}$$ (*x* және *y* жұпты корреляциясы)

Корреляция коэффициенттерін маңыздылығын Стьюденттің критериясы (***t***) көмегімен бағалауға болады. Бұл критерий мәліметтердің екі қатарының таралуының дұрыстығын көрсетеді.

Жалпы айтқанда, ***n*** жиынтықтың көлемі неғұрлым үлкен болса, соғұрлым корреляция коэффициентіне сенімділік жоғарлау түседі. **Бірақ** бір нәрсені естен шығармау керек, Жоғары корреляция коэффициенті мәліметтердің екі қатар арасындағы себептік өзара байланыстың **міндетті түрде** бар екенін көрсетпейді.

РЕГРЕССИЯ ТЕҢДІКТЕРІ

Корреляция коэффициентіне негізделген регрессия теңдігі қалайша бір жиынтықтың өзгеруі екінші теңдіктің өзгеруіне сәйкесті болып келетіндігін анықтауға мүмкіндік береді. Басқа сөзбен айтқанда, *y* және *x* ауыспалылар арасындағы байланысты сипаттайтын математикалық функция (график түрінде) болып табылады. Көп жағдайда корреляция толық болып келмейді, соған байланысты регрессия теңдігін графиктің тура сызығынан нүктелердің ауытқу квадраттар косындысының минимумға жақындау шартынан табады. Егер *y* өсіне параллельді ауытқулардың қосындысынминимумға жақындатсақ, онда *x* бойынша *y* регрессиясы табылады (тәуелсіз ауыспалы), ал теңдіктің түрі былай жазылады:

$$y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

Ал мынау теңдік *y* бойынша *x* регрессиясын анықтауға мүмкіншілік береді:

$$x - \bar{x} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y})$$

Осы екі теңдікпен берілген екі түзу арасындағы ***Ө*** бұрыштың косинусы ***r*** корреляция коэффициентіне тең, яғни ***r=cos Ө.***

Толық корреляция жағдайында екі түзу сәйкестеледі, ал егер корреляция коэффициенті нөлге теңелсе, онда екі сызық бір-біріне перпендикулярлы болып келеді.

СТЬЮТЕНТТІҢ t КРИТЕРИЯСЫ

Стьюденттің ***t*** критериясы жиынтықтың орташа мәні $(\bar{x})$ барлық бірлестікті (μ) бағалайтын орташа көрсеткіші болуы мүмкін деген болжамды тексері үшін қолданылады. Бұл критерий келесі формуламен анықталады:

$$t = \frac{\text{Жиынтық пен бірлестіктің орташа көрсеткіштерінің айырмашылығы}}{\text{Жиынтықтың орташасының стандартты ауытқуы}} = \frac{|\mu - \bar{x}|}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Нәтиженің маңыздылығы жиынтық көлемінің өсуімен жоғарылайды. Берілген ***n*** жиынтықта ***t*** жоғары мәндері келесі қортындыны жасауға негіз болады – жиынтық басқа бірлестіктен алынған дегенді жоққа шығарады.

КӨПТІК КОРРЕЛЯЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТІ

Көптік корреляция коэффициенті бірнеше ауыспалылардың (айтайық, x_1, x_2, x_3, ..., ..., x_n) сызықтық өзара байланыстарының дәрежесін белгілейді. Мысалы үш ауыспалылар жағдайында бұл коэффициент былай белгіленеді $R_{1,\,23}$, мұнда бірінші индекс тәуелсіз ауыспалыға жатады, ал қалған екеуі – тәуелді ауыспалыларға. Әдетте көптік корреляция коэффициенті жұп корреляция коэффициентімен қатар қолданылады. Егер r_{12} арқылы ***1 және 2*** қатарлар арасындағы кәдімгі коэффициенті белгілесек, r_{13} арқылы ***1 және 3*** қатарлар арасындағы коэффициенті, ал r_{23} арқылы ***2 және 3*** қатарлар арасындағы корреляция коэффициентін белгілесек, онда үш ауыспалылар жағдайына келесі формула қолданылады:

$$R_{1,23} = \sqrt{\frac{r_{13}^2 + r_{12}^2 - 2r_{13}\,r_{12}\,r_{23}}{1 - r_{23}^2}}$$

Көптік корреляция коэффициенті әрқашан 0 мен 1 аралығында жатады, яғни $0 \le R \ge 1$, ал R^2 өлшемі x_1 ауыспалының x_2 и x_3 ауыспалыларға байланысты дисперсияны сипаттайды.